

## Richiami di Meccanica

### Massa e forza peso

La **massa** di una sostanza ( $m$ , [kg]) esprime la quantità di materia presente nella sostanza ed è indipendente dalla gravità.

Una massa  $m$ , posta su un piano orizzontale perfettamente liscio, permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme (velocità costante), se non è sottoposta all'azione di alcuna forza esterna di contrasto.

In realtà, la sola presenza dell'attrito che si manifesta lungo la superficie di contatto ne rallenta il movimento, fino ad arrestarlo.

L'entità della **forza di attrito** ( $F_a$ ) è legata al peso del corpo ( $P$ ) e al grado di scabrosità dell'accoppiamento, espresso mediante il coefficiente d'attrito  $\mu$

$$F_a = \mu \cdot P$$

Le forze si misurano in newton [N].

Il **peso di un corpo** rappresenta la forza che questo esercita sulla superficie di appoggio, dovuta all'attrazione verso il centro della terra a cui è sottoposto e vale

$$P = m \cdot g$$

con 'g' l'accelerazione di gravità, espressa in  $m/s^2$ , che varia con l'altitudine del luogo ( $g \approx 9,81 m/s^2$ ).

**Su un piano inclinato** con angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale (fig. 1), la componente peso che produce attrito vale

$$F_y = P \cdot \cos \alpha$$

mentre la componente

$$F_x = P \cdot \sin \alpha$$

è superiore alla forza di attrito

$$F_a = \mu \cdot F_y$$

imprime alla massa 'm' una accelerazione 'a' secondo la

$$F_x - F_a = m \cdot a$$

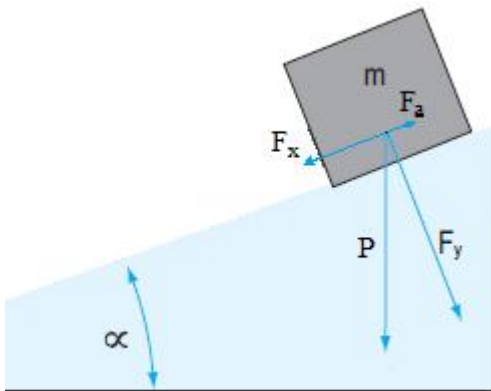


Fig. 1- Piano inclinato.

### Sollevamento

Per sollevare una massa 'm' con velocità desiderata 'v', occorre prima accelerare il corpo per un intervallo di tempo ' $\Delta t$ ', in modo da portarlo dalla velocità iniziale nulla (stato di quiete) alla velocità desiderata di sollevamento (v), con accelerazione media

$$a = \frac{v}{\Delta t}$$

applicando al corpo una forza complessiva

$$F = m \cdot a + P$$

capace di vincere anche il contrasto della forza peso

$$F = m \cdot a + m \cdot g$$

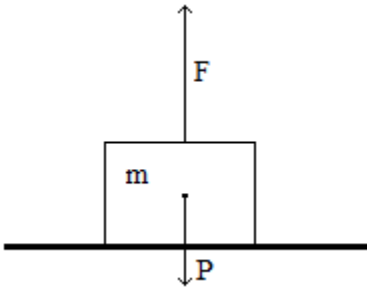


Fig. 2- Sollevamento di una massa.

### Coppia

La coppia ( $T$ , Torque), o momento ( $M$ ), esprime l'effetto rotazionale che una forza ' $F$ ' esercita su un sistema rotazionale

$$M = F \cdot r \text{ [Nm]}$$

con ' $r$ ' la distanza tra il punto di applicazione della forza e l'asse di rotazione del sistema (fig. 3).

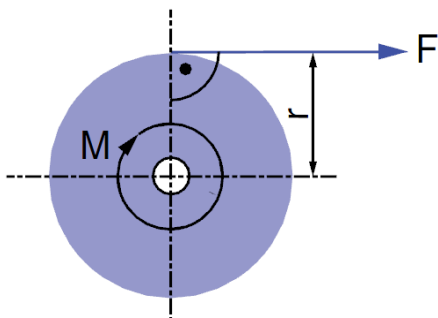


Fig. 3- Coppia ( $T$ ) o momento ( $M$ ).

Nell'esempio in fig. 4, supponendo  $F = 100 \text{ N}$  e il raggio d'azione della chiave  $r = 30 \text{ cm}$ , la coppia di serraggio esercitata sul bullone vale

$$M = F \cdot r = 100 \cdot 0,3 = 30 \text{ Nm}$$

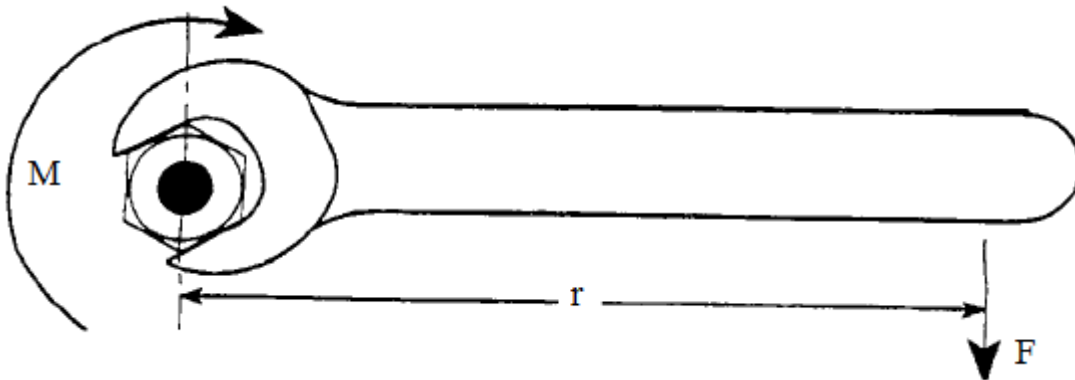


Fig. 4- Esempio di coppia meccanica.

La **potenza meccanica** necessaria per sostenere una coppia  $M$  alla velocità angolare  $\omega$  (rad/s) vale

$$P = M \cdot \omega$$

difatti, utilizzando le relative unità di misura

$$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$$

### Momento di inerzia

Come nel moto rettilineo una forza ' $F$ ' imprime un'accelerazione lineare ' $a$ ' ad un corpo di massa ' $m$ ' ( $F = m \cdot a$ ), nel moto di rotazione una coppia ' $M$ ' imprime un'accelerazione angolare ( $\varepsilon$ , [rad/s<sup>2</sup>]) ad un elemento con momento di inerzia ' $J$ '.

Indicando con ' $\Delta\omega$ ' la variazione di velocità angolare impressa nell'intervallo di tempo ' $\Delta t$ ', si ha

$$M \cdot \Delta t = J \cdot \Delta\omega$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$M = J \cdot \varepsilon$$

Il momento di inerzia di un corpo misura la resistenza (inerzia) offerta dal corpo stesso a mutare la sua velocità rotazionale. E' una grandezza utile per descrivere il comportamento di un corpo che ruota attorno ad un asse. Il suo valore dipende da come risulta distribuita la massa del corpo attorno all'asse di rotazione.

Il momento di inerzia di un corpo cilindrico pieno (fig. 5) di massa 'm' e raggio 'r' vale

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

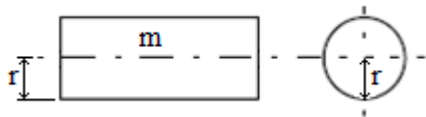


Fig. 5- Cilindro pieno.

### Riduttore meccanico

La trasmissione del moto tra il motore e il carico comporta spesso l'inserzione di riduttori in grado di far ruotare l'asse del carico ad una velocità angolare ( $\omega_c$ , fig. 6) inferiore rispetto a quella dell'albero motore ( $\omega_m$ ).

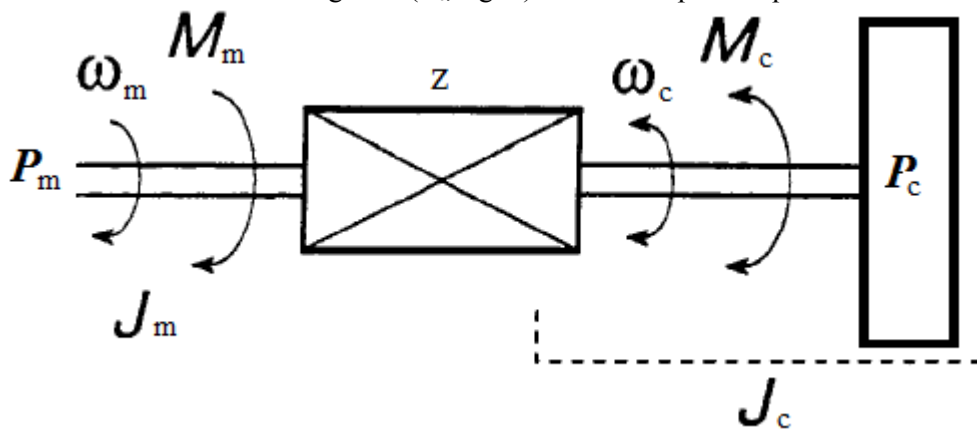


Fig. 6- Riduttore.

Il parametro principale è il rapporto di riduzione  $z$  definito come

$$z = \frac{\omega_m}{\omega_c} = \frac{n_m}{n_c}$$

Se il riduttore è ideale (rendimento  $\eta = 1$ ), la potenza  $P_m$  in ingresso al riduttore, fornita dal motore, è pari alla potenza  $P_c$  in uscita sul carico

$$P_m = P_c \qquad M_m \cdot \omega_m = M_c \cdot \omega_c$$

e quindi

$$\frac{\omega_m}{\omega_c} = z = \frac{M_c}{M_m}$$

Se il riduttore non è ideale (con rendimento  $\eta < 1$ ) si ha

$$P_c = P_m \cdot \eta \qquad M_m \cdot \omega_m \cdot \eta = M_c \cdot \omega_c$$

E la coppia resistente del carico appare all'albero motore come

$$M_m = \frac{M_c}{z} \cdot \frac{1}{\eta}$$

Dal punto di vista dinamico

$$P_c = P_m \cdot \eta \qquad J_c \cdot \omega_c^2 = J_m \cdot \omega_m^2 \cdot \eta$$

L'inerzia del carico a valle del riduttore viene vista dall'albero motore ridotta del quadrato del rapporto di riduzione

$$J_m = \frac{J_c}{z^2} \cdot \frac{1}{\eta}$$

Oltre al carico, il motore deve trascinare e mantenere in rotazione anche l'inerzia del proprio rotore. La situazione ottimale dal punto di vista dinamico si ha quando la riduzione è tale che l'inerzia del carico riportata all'albero motore è pari all'inerzia del rotore stesso. In quel caso l'inerzia totale che il motore deve vincere è data da

$$J_t = 2 J_m$$

### Coppia del motore

In una lavorazione a coppia costante  $T_L$ , durante la fase di accelerazione, volendo passare da fermo alla velocità di regime ' $\omega$ ' in un tempo ' $\Delta t$ ', è richiesto un surplus di coppia

$$T_a = J_t \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = J_t \cdot \frac{\omega}{\Delta t}$$

mentre durante la fase di decelerazione la coppia di lavorazione contribuisce al rallentamento (fig. 7).

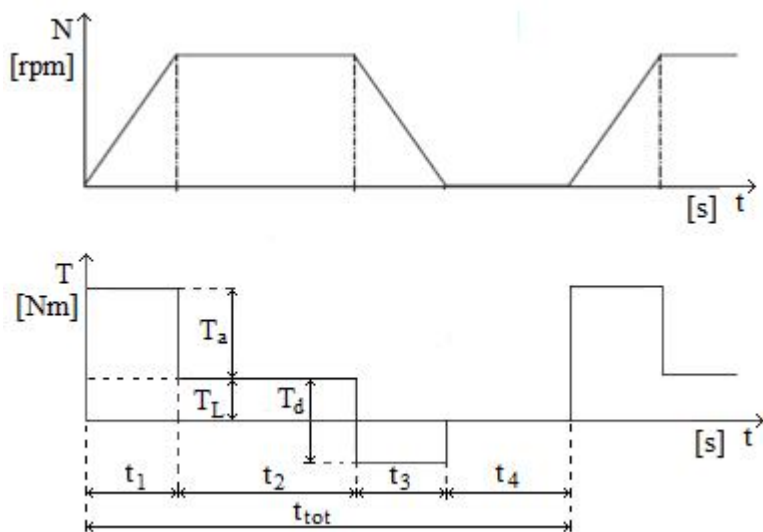


Fig. 7- Coppia nelle fasi di accelerazione e decelerazione.

Il motore da utilizzare deve possedere una coppia massima

$$T_{\max} > T_a + T_L$$

e una coppia nominale maggiore della coppia efficace

$$T_{eff} = \sqrt{\frac{(T_a + T_L)^2 \cdot t_1 + T_L^2 \cdot t_2 + (T_d - T_L)^2 \cdot t_3}{t_{tot}}}$$

La potenza richiesta al motore per mantenere in rotazione il carico a velocità costante, vincendo la coppia di lavorazione  $T_L$  è

$$P = \omega \cdot T_L$$

mentre il picco di potenza si ha al termine della fase di accelerazione

$$P_{\max} = (T_a + T_L) \cdot \omega$$

Il valore della coppia nominale è fornito per funzionamento continuo; perciò, se la macchina lavora in modo intermittente, con tempi di lavoro e di fermo molto minori della costante di tempo termica del motore (decine di minuti), la coppia di lavoro può essere maggiorata secondo le indicazioni del costruttore, in considerazione del contributo allo smaltimento di calore durante gli intervalli di fermo.