

## 1.7 Legame tra schemi a contatti, equazioni logiche e relativa semplificazione, teorema di De Morgan (nel DVD-ROM allegato)

Alcuni schemi a contatti sono suscettibili di una semplificazione, che si può effettuare mediante l'aiuto dell'algebra binaria e delle sue proprietà.

Nello schema della fig. 1.49a, l'uscita Q dipende solo dal pulsante A, perché anche se il pulsante B fosse chiuso, bisognerebbe che anche A lo fosse per ottenere l'uscita Q (bobina) allo stato logico 1.

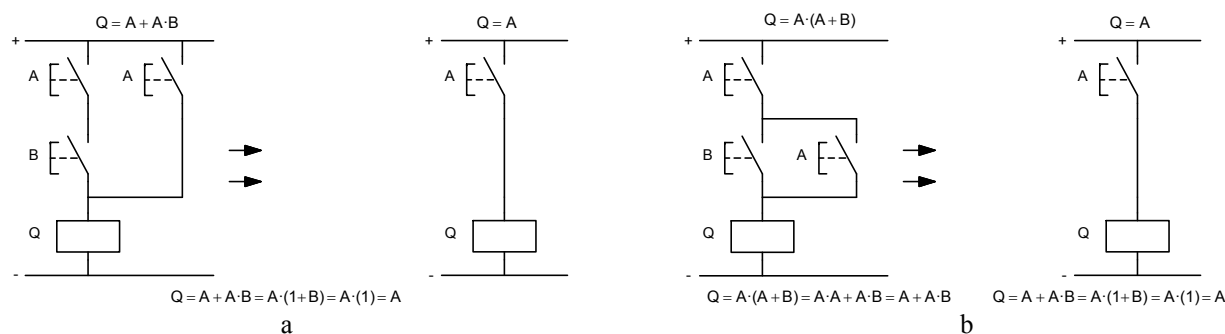
Volendo semplificare il circuito di fig. 1.49a, con l'ausilio dell'algebra di Boole, si può procedere nel seguente modo:

$$Q = A + A \cdot B = A \cdot (1 + B) = A \cdot (1) = A.$$

Anche nello schema di fig. 1.49b, l'uscita Q dipende solo da A, infatti semplificando si ottiene:

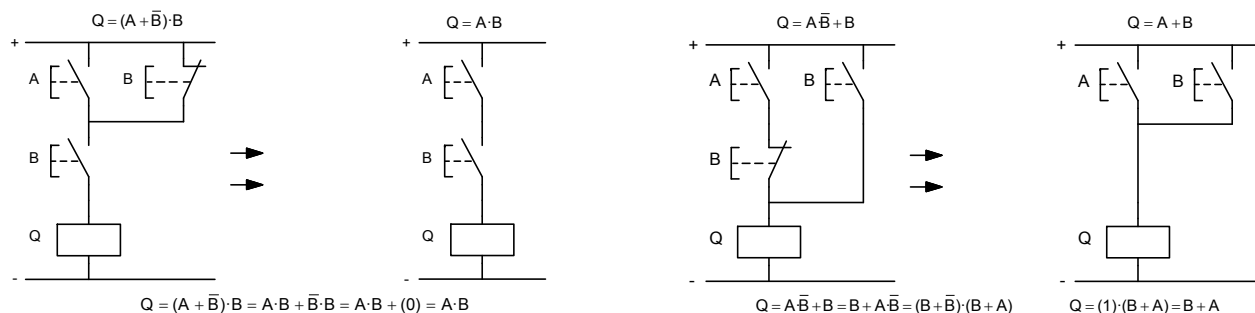
$$Q = A \cdot (A + B) = A \cdot A + A \cdot B = A + A \cdot B = A(1 + B) = A(1) = A$$

quindi  $Q = A$ .

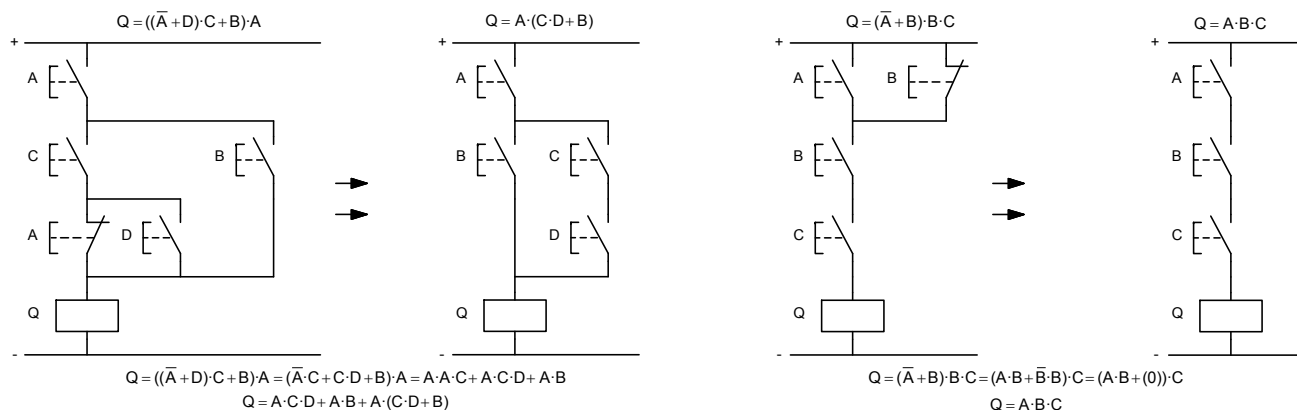


**Fig. 1.49** - Esempi di semplificazione di schemi elettrici a contatti.

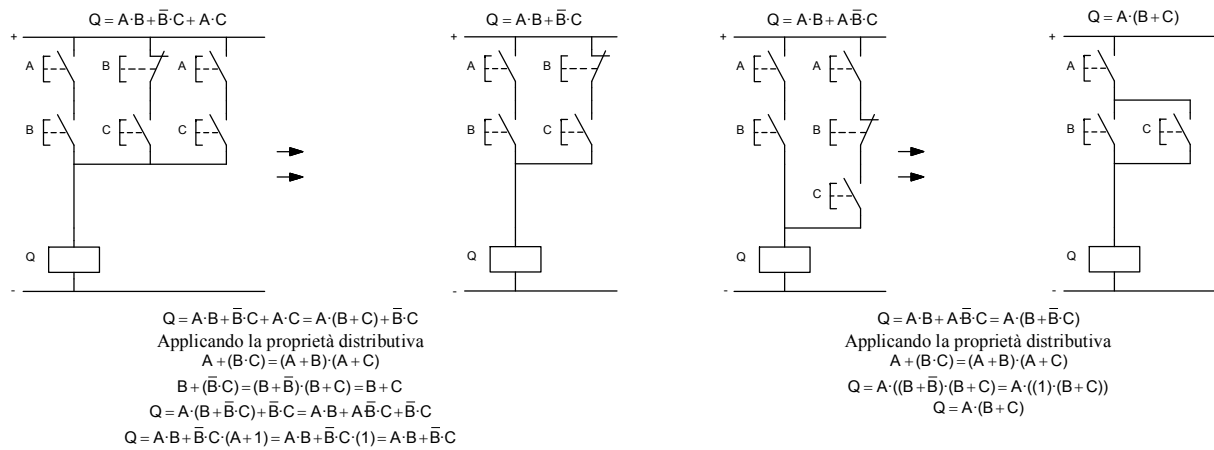
Di seguito, nelle fig. 1.50, fig. 1.51, fig. 1.52, vengono riportati altri esempi di semplificazione di circuiti elettrici a contatti che utilizzano pulsanti A, B, C, ecc. per le variabili di ingresso e una bobina Q (es. di un relè, di un elettrovalvola, ecc.) come variabile di uscita. A sinistra viene mostrato il circuito da semplificare, mentre a destra il circuito equivalente semplificato.



**Fig. 1.50** - Esempi di semplificazione di schemi elettrici a contatti.



**Fig. 1.51** - Esempio di semplificazione di schemi elettrici a contatti.



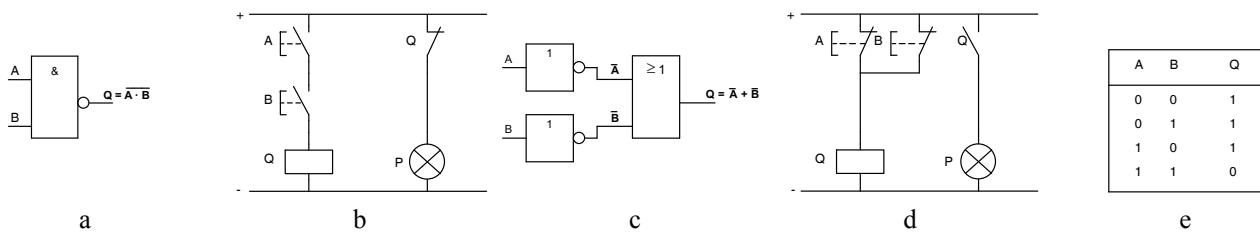
**Fig. 1.52** - Esempi di semplificazione di schemi elettrici a contatti.

Si può presentare, durante il progetto, il montaggio o la modifica di un impianto con una logica a contatti, la necessità di collegare dei contatti NC oppure NO, in serie o in parallelo e di disporre solo dei loro complementari.

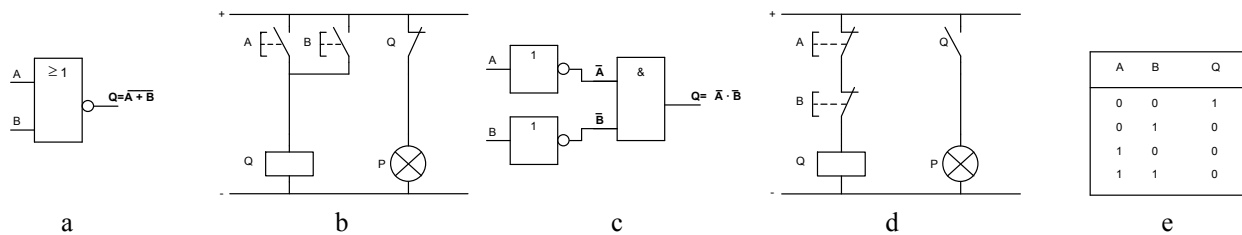
Può essere utile usare il teorema di De Morgan per trasformare o semplificare le espressioni booleane, tale teorema viene espresso nelle seguenti due forme:

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B} \quad \text{e} \quad \overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

Analizzando le espressioni sopra indicate, si rileva che esse contengono in sostanza la trasformazione di un AND in OR e viceversa.



**Fig. 1.53** - Teorema di De Morgan  $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$ : a) Schema logico - b) Schema elettrico a contatti - c) Schema logico equivalente - d) Schema elettrico a contatti - e) Tabella della verità. Simulazione LogiSim: 09)Teorema di De Morgan.



**Fig. 1.54** - Teorema di De Morgan  $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ : a) Schema logico - b) Schema elettrico a contatti - c) Schema logico equivalente - d) Schema elettrico a contatti - e) Tabella della verità. Simulazione LogiSim: 09)Teorema di De Morgan.

In un'espressione algebrica generica, si ottiene il suo complemento scrivendo negate le variabili che compongono la formula e cambiando il prodotto in somma e la somma in prodotto.

Ad esempio:

- 1)  $Q = A \cdot B$  il suo complemento, cioè  $\overline{A \cdot B}$  si ottiene con  $\bar{A} + \bar{B}$ ;
- 2)  $Q = A + B$  il suo complemento, cioè  $\overline{A + B}$  si ottiene con  $\bar{A} \cdot \bar{B}$ .

In pratica quindi, con il teorema di De Morgan, è possibile trasformare un circuito avente determinate caratteristiche in un altro con caratteristiche inverse, avente però un funzionamento equivalente al precedente: **i contatti da normalmente aperti (NO) diventano normalmente chiusi (NC) e il collegamento dei contatti da serie diventa parallelo e viceversa.**

Di seguito vengono riportati alcuni esempi di applicazione dei teoremi di De Morgan applicati ai circuiti elettrici a contatti.

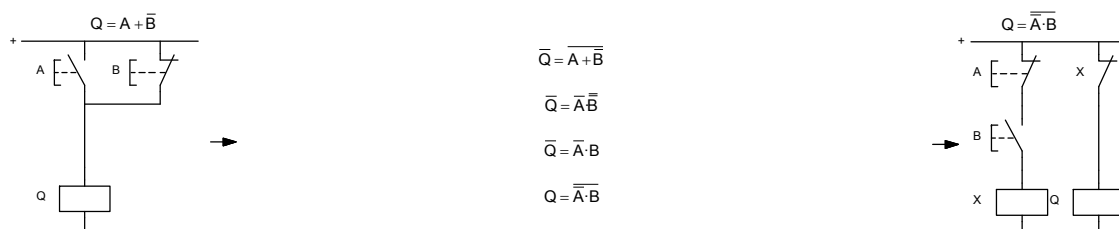


Fig. 1.55 - Esempio di applicazione del teorema di De Morgan (1).

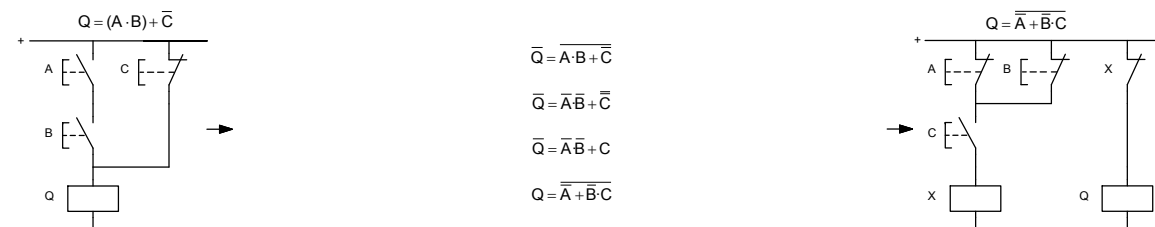


Fig. 1.56 - Esempio di applicazione del teorema di De Morgan (2).

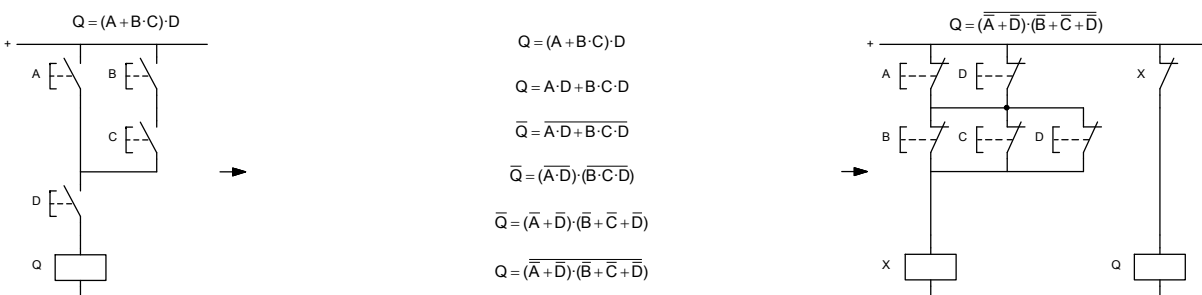


Fig. 1.57 - Esempio di applicazione del teorema di De Morgan (3).

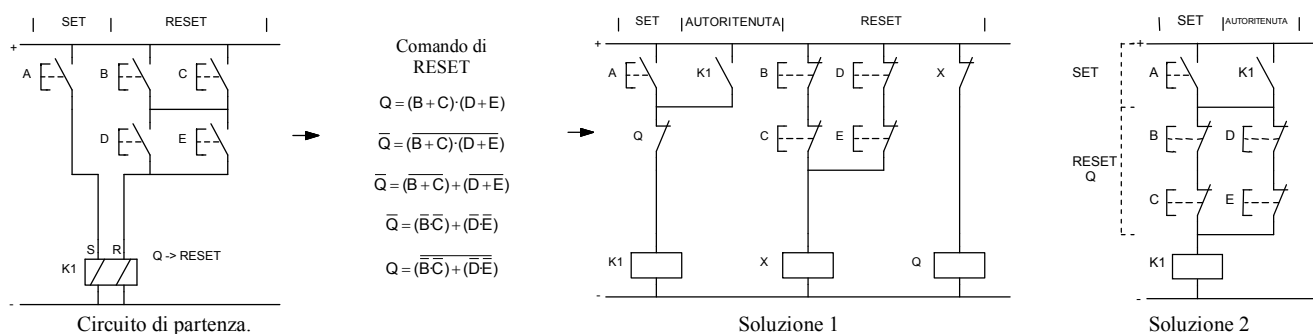


Fig. 1.58 - Esempio: trasformazione del circuito di comando per un relè bistabile K1 in uno per il comando di un relè monostabile K1 avente le medesime caratteristiche di funzionamento (4).

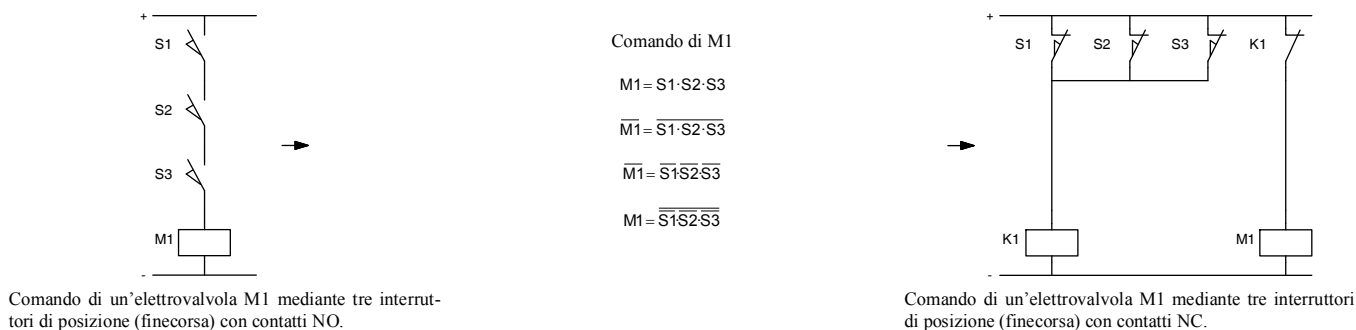


Fig. 1.59 - Esempio di comando di una elettrovalvola M1 che deve avvenire solo quando tutti i tre interruttori di posizione (finecorsa) S1, S2, S3 sono azionati. Da notare che lo schema elettrico di destra, dove sono presenti i tre finecorsa NC collegati in parallelo, rappresenta i contatti nella condizione di riposo, in realtà alimentando il circuito, in tale condizione, il relè K1 risulta eccitato e l'elettrovalvola M1 non è alimentata. Per alimentare M1 è necessario azionare tutti e tre i finecorsa, il relè K1 si disecciterà e il suo contatto NC richiudendosi alimenterà M1 come richiesto dall'automazione.

Si vuole ora fare alcune precisazioni sulle tabelle della verità. Come si è visto negli esempi precedenti, una funzione booleana può essere definita mediante la sua espressione algebrica, ma può essere identificata anche dalla sua tabella di verità, la quale elenca in pratica tutte le possibili combinazioni che le variabili indipendenti (A, B, C, ecc.) possono avere ed il relativo risultato Q.

Come è noto, le variabili indipendenti possono avere solo due valori diversi e cioè 0 e 1, perciò le possibili combinazioni sono  $2^n$ , dove  $n$  esprime il numero delle variabili indipendenti (A, B, C, ecc.).

Per esempio se la funzione booleana è  $Q = A \cdot B + B$ , siccome  $n = 2$ , si avranno  $2^2 = 4$  combinazioni che determinano una tabella composta di quattro righe che esaurisce tutte le possibili combinazioni.

Analizzando la tabella di verità è possibile semplificare una funzione booleana riuscendo ad ottenere un'altra funzione identica alla precedente, ma con un numero di operatori logici minore.

Di seguito vengono riportate nelle tab. 1.9 e 1.10 rispettivamente per le variabili indipendenti A e B (4 righe corrispondenti a 4 combinazioni) e per le variabili A, B e C (8 righe corrispondenti a 8 combinazioni) le rispettive tabelle di verità.

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$A+B$	$\overline{A+B}$	$A \cdot B$	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A+B} \cdot \overline{A \cdot B}$	$\overline{A+B} \cdot \overline{A \cdot B}$
					OR	NOR	AND	NAND		
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0

**Tab. 1.9** - Tabella della verità per due variabili indipendenti A, B.

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	$A \cdot B \cdot C$	$A + B + C$	$B+C$	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0

**Tab. 1.10** - Tabella della verità per tre variabili indipendenti A, B, C.