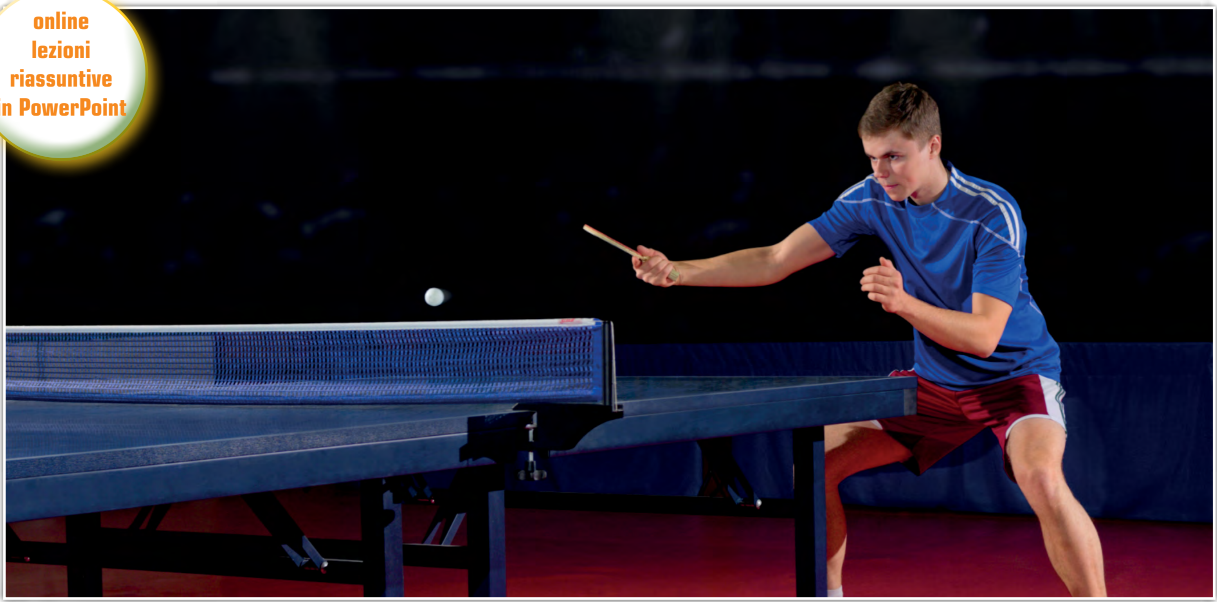
U.D. 2 LA DINAMICA

online lezioni riassuntive in PowerPoint



1 Che cosa studia la dinamica

Le forze sono in grado di modificare il movimento dei corpi. Per esempio, un tennista quando colpisce una pallina può farle cambiare direzione oppure stopparla, cioè frenarne il moto, secondo il tipo di forza che applica tramite la sua racchetta.
La dinamica studia proprio **gli effetti** che le forze hanno sul moto di un corpo.

La **dinamica** è il ramo della fisica che studia il moto dei corpi, tenendo conto delle cause che lo provocano, cioè delle forze.

I principi della dinamica

La dinamica si fonda su **tre principi** o **leggi fondamentali**:
- il principio di inerzia o principio di Galileo - **primo principio**;
- la legge fondamentale della dinamica o legge di Newton - **secondo principio**;
- il principio di azione e reazione - **terzo principio**.

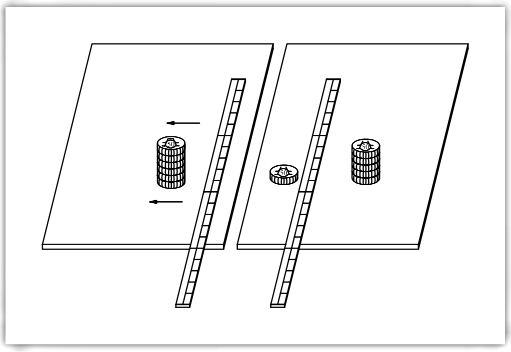
La formulazione di questi tre principi si deve all'inglese Isaac Newton (1642-1727) che lavorò su annotazioni precedenti di altri scienziati e matematici. Il primo principio, in particolare, era stato già formulato dal pisano Galileo Galilei (1564-1642) cui deve il nome.

2 Il primo principio della dinamica

Il primo principio della dinamica risponde a due domande fondamentali: se un corpo si muove, è a causa di una forza che lo sta spingendo? Se sta fermo, c'è comunque una forza che lo mantiene nel suo stato di quiete?

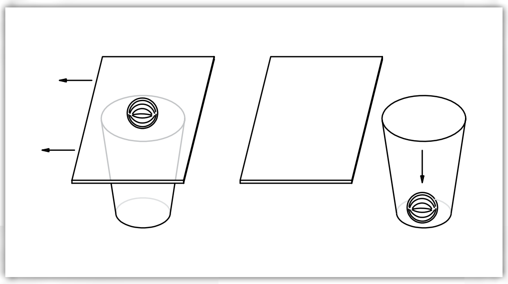
Si cerca di dare una risposta ai due quesiti attraverso alcuni esempi, che portano poi a formulare e a comprendere il primo principio della dinamica.

Esempio 1. Se si prendono alcune monete, uguali fra loro, impilate su un piano orizzontale, per esempio un tavolo, e con un righello si colpisce bruscamente solo la prima moneta, quella direttamente a contatto con il tavolo, si nota che la moneta si sposta, mentre le altre rimangono al loro posto, senza cadere. Ciò succede perché è stata esercitata una forza sulla prima moneta, ma non sulle altre della pila. Si può allora concludere che un corpo tende a permanere nel suo stato di quiete, se non intervengono forze a modificarlo.



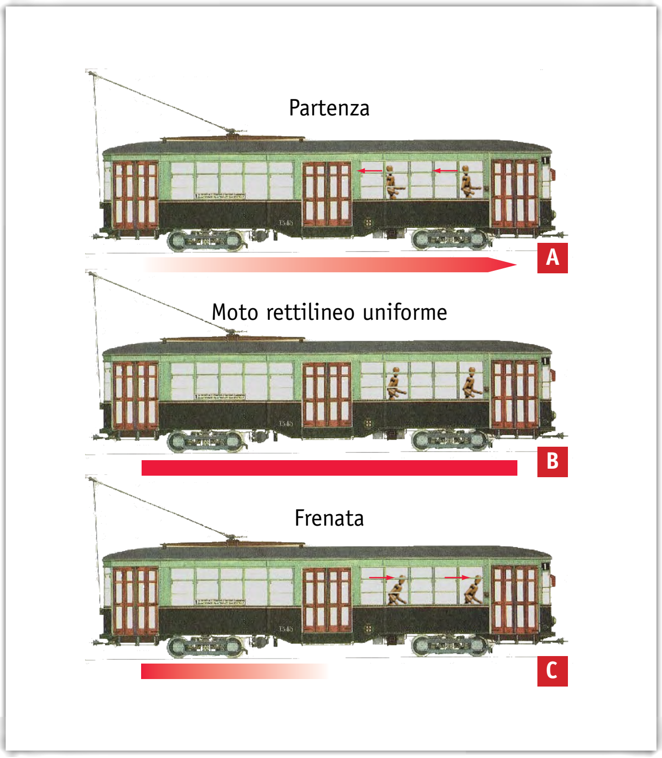
Esempio 2. Si appoggia un foglio su un tavolo e, sopra il foglio, si pone una tazza. Se con un gesto molto rapido si toglie il foglio di carta, si vede che la tazza non si muove. Questo accade perché la tazza, che è ferma, tende a rimanere in questa condizione, ossia a rimanere nel suo stato di quiete.

Esempio 3. Si sistema una pallina su un cartoncino posto, a sua volta, sopra un bicchiere. Se si leva molto velocemente il cartoncino, la pallina cadrà nel bicchiere. La pallina, infatti, tende a rimanere dove si trova (cioè sul cartoncino), ma, venendo a mancare il sostegno, finisce per cadere nel bicchiere.



Esempio 4. Si considera un carrello caricato con vari oggetti che si muove di moto rettilineo uniforme. Se urta un ostacolo, il carrello si ferma improvvisamente, mentre il carico prosegue, per quanto possibile (finché cioè non intervengono ulteriori urti o attriti con il terreno o con gli oggetti circostanti), nel suo moto rettilineo uniforme.

Esempio 5. Si prendono in considerazione i passeggeri che si trovano su un tram fermo. Non appena questo parte i passeggeri si sentono spinti all'indietro (**figura A**). Ciò si spiega con il fatto che i passeggeri tendono a mantenere lo stato di quiete in cui si trovano (senza muoversi con il tram, che va avanti).
Se il tram procede in moto rettilineo uniforme, i passeggeri si muoveranno con un moto pari a quello del tram stesso, dando la sensazione di rimanere fermi (**figura B**).
Se, però, il tram frena bruscamente, i passeggeri subiscono una spinta in avanti, perché mentre il tram, mediante la frenata, ferma il suo moto, i passeggeri tendono a mantenerlo ancora per qualche istante (**figura C**).



Da tutti questi esempi si arriva a dedurre una caratteristica fisica dei corpi: l'**inerzia**, che definisce la tendenza dei corpi a rimanere fermi, se la loro condizione iniziale è la quiete (**inerzia di quiete**), o a proseguire nel loro moto rettilineo uniforme, se tale era la loro condizione iniziale (**inerzia di moto**).
Alla luce delle osservazioni fatte, si può enunciare il **primo principio della dinamica**, detto per l'appunto **principio d'inerzia**.

Se su un corpo non intervengono forze esterne, nel caso in cui è fermo rimarrà fermo, mentre se esso si muove di moto rettilineo uniforme, continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme. Pertanto, se su un corpo non agisce alcuna forza, la sua velocità rimane costante, e di conseguenza la sua accelerazione è nulla.
Il **primo principio della dinamica** si può, quindi, così esprimere in simboli:

$$\text{se } \vec{F} = 0 \text{ allora } \vec{v} = \text{costante e } \vec{a} = 0$$

Propagazione del sapere

Principio di relatività e sistemi inerziali

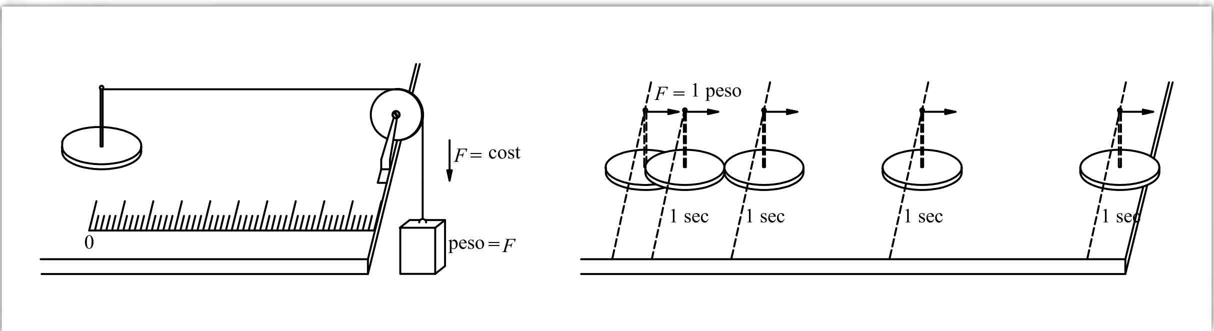
La validità del **principio d'inerzia** dipende dai sistemi di riferimento. Quelli cui in esso è valido prendono il nome di **sistemi di riferimento inerziali**. Per chiarire meglio cosa s'intende con quanto affermato, si ipotizza di stabilire un sistema di riferimento con l'origine posto nel centro della nostra galassia, e con gli assi che puntano verso altre galassie lontane. Rispetto a questo sistema di riferimento saranno inerziali tutti i sistemi che, o sono fermi o si muovono di moto rettilineo uniforme. Saranno invece non inerziali tutti i sistemi che si muovono di moto accelerato rispetto a questo sistema di riferimento. Per questi ultimi non varrà pertanto il principio di inerzia. Se si prende per esempio un sistema di riferimento centrato sul Sole, poiché si sa che questo si muove sia ruotando attorno al proprio asse, sia viaggiando lungo un'orbita attorno al centro della galassia – entrambi moti accelerati – si potrà dire tranquillamente che non è un sistema inerziale. Analogo discorso si potrà fare su un sistema centrato sulla Terra o su altri pianeti del sistema solare, per i quali il principio d'inerzia non può essere applicato.
Da osservazioni molto simili a queste, Galileo Galilei enunciò il **principio di relatività** secondo il quale le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

3 Il secondo principio della dinamica

Il **secondo principio della dinamica**, conosciuto anche come legge fondamentale della dinamica o legge di Newton, stabilisce il modo in cui l'azione di una forza determina una variazione del moto di un corpo. Per comprendere e poi definire il secondo principio della dinamica si procede per esempi.

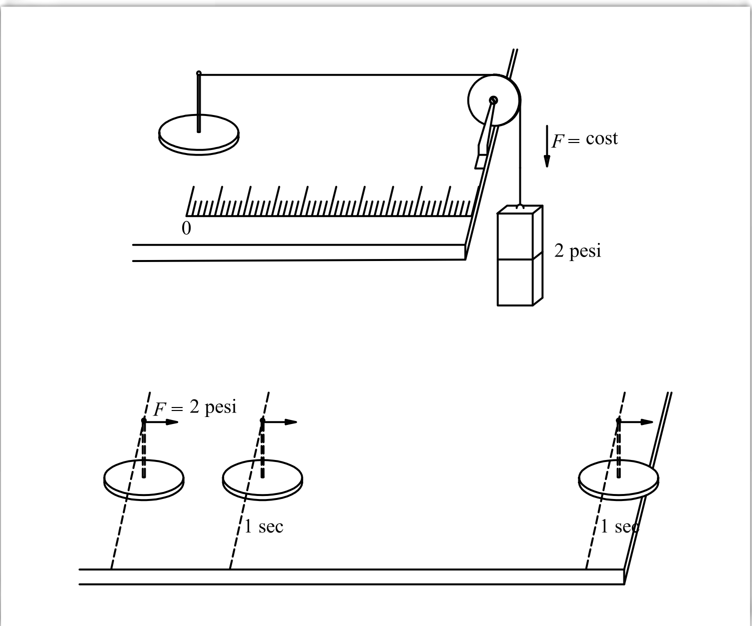
Esempio 1. Si appoggia su un tavolo perfettamente piano e liscio (per esempio uno con la superficie di vetro) un disco metallico sotto il quale è posto un dischetto di ghiaccio secco (anidride carbonica allo stato solido), in grado di ridurre al minimo gli attriti. Se si esercita sul disco una forza costante mediante un peso si può osservare che il disco si muove di moto uniformemente accelerato: la sua accelerazione è quindi costante.
Da questo esempio si deduce che: un corpo sottoposto a una forza costante, acquista un'accelerazione costante, cioè:

$$\text{se } \vec{F} = \text{costante anche } \vec{a} = \text{costante}$$



Esempio 2. Se si raddoppia la forza applicata al disco, si può notare che il disco acquista un'accelerazione doppia.
Si può affermare, generalizzando, che: l'accelerazione acquistata da un corpo è direttamente proporzionale alla forza costante esercitata su di esso.

Esempio 3. Se ora si ripete l'esperienza su un disco che ha una massa pari a metà di quella del disco precedente e si applica su di esso la stessa forza dell'esempio 1, si osserva che l'accelerazione acquistata dal disco è doppia.
Si può quindi dire che: l'accelerazione acquistata da un corpo è inversamente proporzionale alla sua massa.



Unendo le due precedenti osservazioni si deduce che l'accelerazione subita dal corpo è direttamente proporzionale all'intensità della forza ed è inversamente proporzionale alla massa del corpo, in formula si ha

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$, da cui si ricava il **secondo principio della dinamica**.

Per il **secondo principio della dinamica** la forza che agisce su un corpo è uguale al prodotto della massa per la sua accelerazione.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

dove
F è la forza e si misura in newton;
m è la massa e si misura in kg;
per cui l'accelerazione a si misura in m/s^2 oppure in N/kg.

$1\dfrac{N}{kg} = 1\dfrac{m}{s^2}$ da cui si ottiene $1\,N = 1\,kg \cdot \dfrac{m}{s^2}$

Ciò significa che applicando a una massa di 1 kg, una forza di 1 newton, essa subirà un'accelerazione di 1 m/s^2.

Esempio esplicativo

Un'automobile, la cui massa è 1500 kg, viaggia su una strada trainando una roulotte di massa 500 kg. Supponendo che la forza (F_s) che agisce sul sistema automobile-roulotte sia di 4000 N si può calcolare:

1. l'accelerazione del sistema;
2. la forza che l'automobile esercita sulla roulotte (F_a) e quella che la roulotte esercita sull'automobile (F_r).

Procedendo per punti.

1. Il sistema automobile-roulotte ha una massa (m_s) che è la somma della massa dell'automobile (m_a) con la massa della roulotte (m_r) quindi:
   $$1500 \text{ kg} + 500 \text{ kg} = 2000 \text{ kg}$$
   Applicando il secondo principio della dinamica, l'accelerazione del sistema sarà:
   $$\frac{4000 \text{ N}}{2000 \text{ kg}} = 2 \text{ m/s}^2$$
2. Sempre sfruttando il secondo principio della dinamica, si può ricavare la forza (F_a) che l'automobile esercita sulla roulotte:
   $$500 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 1000 \text{ N}$$
   quindi, allo stesso modo, si ricava la forza (F_r) che la roulotte esercita sull'automobile:
   $$1500 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 3000 \text{ N}$$

Mettersi alla prova

A un corpo di massa 5 kg si applica una forza di 80 N. Calcola l'accelerazione acquistata dal corpo.

3.1 La massa inerziale

Per il secondo principio della dinamica, si può definire la **massa inerziale** come il rapporto tra la forza e l'accelerazione:

$$m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$$

Per calcolare la massa inerziale di un corpo si deve dividere la forza che agisce su di esso per l'accelerazione che esso subisce. A parità di forza, maggiore accelerazione significa massa inerziale minore, minore accelerazione significa massa inerziale maggiore: accelerazione e massa inerziale sono inversamente proporzionali.
Un corpo di massa inerziale maggiore oppone una maggiore "resistenza" alla variazione del suo stato di moto per cui, a parità di forza, si ottiene un'accelerazione minore. Un corpo di massa inerziale minore oppone una minore "resistenza" alla variazione del suo stato di moto per cui, a parità di forza, si ottiene un'accelerazione maggiore.

Esempio esplicativo

Se si applica una forza di 1000 N a un corpo di massa inerziale di 10000 kg si ottiene una accelerazione pari a:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1000\,\text{N}}{10000\,\text{kg}} = 0,1\,\text{m/s}^2$$

Se invece si applica la stessa forza a un corpo di massa inerziale 10 kg, si ottiene la seguente accelerazione:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1000\,\text{N}}{10\,\text{kg}} = 100\,\text{m/s}^2$$

La forza-peso in relazione al secondo principio 3 2

Il peso, come si sa, è una forza e, in quanto tale, è uguale al prodotto della massa per l'accelerazione, cioè:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Per il secondo principio della dinamica si può dire che il **peso di un corpo**, in un certo luogo, si ottiene moltiplicando la massa per l'accelerazione di gravità di quel luogo, per cui:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

Sulla Terra l'accelerazione di gravità è uguale a 9,8 m/s², come fu calcolato per la prima volta da Galileo, mentre è diversa sugli altri pianeti.
L'accelerazione di gravità, in realtà, varia anche in base alla distanza del corpo dal centro della terra, ma in modo trascurabile.

Propagazione del sapere

Le variazioni di *g*

Non essendo la Terra una sfera perfetta ma uno sferoide leggermente appiattito ai poli, la distanza tra la superficie (che come riferimento diviene il livello del mare) e il suo centro diminuisce leggermente passando dall'equatore verso il polo nord o il polo sud, mentre il valore di g aumenta all'aumentare della latitudine nord o sud.
Nelle tabelle seguenti è possibile verificare le variazioni di g di cui abbiamo parlato e di prendere visione delle differenze del valore dell'accelerazione di gravità sui vari pianeti del nostro sistema solare.

Valori di *g* per diverse altezze dalla superficie della Terra

Altezza (m)	0	1000	4000	8000	16000	32000	100000
g (m/s²)	9,808	9,803	9,794	9,782	9,757	9,710	9,600

Valori di g a varie latitudini

Località	Latitudine	g (m/s²)
Canale di Panama	9° 00'	9,78243
Giamaica	17°58'	9,78591
Bermuda	32°21'	9,79806
Cambridge	42°23'	9,80398
Groenlandia	70°27'	9,82534

Valori medi di *g* sulla superficie dei pianeti del nostro sistema solare

Mercurio	3,78
Venere	8,60
Terra	9,81
Luna	1,67
Marte	3,72
Giove	22,88
Saturno	9,05
Urano	7,77
Nettuno	11,00
Plutone	0,22

4 Il terzo principio della dinamica

Molti esempi della vita quotidiana aiutano a capire il significato del terzo principio della dinamica. Come si è fatto per gli altri principi, si illustrano alcune esperienze per arrivare alla definizione finale.

Esempio 1. Se un ragazzo con i roller imprime con le mani una forza, diretta in avanti, su una cassa di massa considerevole poggiata a terra non riesce a spostarla lungo la direzione della forza. Accade invece (se la massa della cassa è sufficientemente grande) che il ragazzo venga proiettato all'indietro, lungo la stessa direzione della forza, ma in verso contrario, poiché riceve dalla cassa una spinta uguale e contraria a quella da lui esercitata.

Esempio 2. Si immagina di trovarsi su una barca a remi e di volersi muovere sulla superficie dell'acqua. Ciò che si osserva è che per avanzare, si spinge l'acqua indietro con i remi: tanto più grande è la forza con la quale l'acqua viene spinta all'indietro, tanto maggiore è la spinta che la barca riceve in avanti.

Esempio 3. Si sa che un aereo a reazione avanza per mezzo dei suoi motori che espellono, all'indietro e ad alta velocità, i gas di scarico della combustione. Con lo stesso principio, un razzo si alza da terra espellendo verso il suolo i gas di scarico a pressioni elevate.

Se si osservano con attenzione questi esempi si può notare un dato comune: quando un oggetto A esercita una forza su un altro oggetto B, anche B esercita una forza su A e le due forze hanno la stessa direzione e intensità, ma versi opposti.

Dagli esempi precedenti si ricava il terzo principio della dinamica.

Il **terzo principio della dinamica** o principio di azione e reazione stabilisce che: a ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

$$\vec{F}_a = -\vec{F}_r$$

Nella formula il segno meno indica che la forza di azione $\vec{F}_a$ ha verso contrario alla forza di reazione $\vec{F}_r$.

Esempio esplicativo

Si recupera l'esempio considerato in precedenza per il calcolo delle accelerazioni (presente al termine del paragrafo 3), dove si sono calcolate le forze esercitate in un sistema automobile-roulotte, dall'automobile (di massa 1500 kg) sulla roulotte (di massa 500 kg), e viceversa, utilizzando il secondo principio della dinamica. Conoscendo anche la somma totale della forza esercitata sul sistema: 4000 N, si può ricavare, allora, il valore della forza esercitata dalla roulotte, sfruttando il terzo principio della dinamica, cioè il cosiddetto principio di azione-reazione.

Infatti, dopo aver ricavato la forza (F_a), che l'automobile esercita sulla roulotte (1000 N), si può procedere nel modo seguente per trovare la forza che la roulotte esercita sull'automobile:

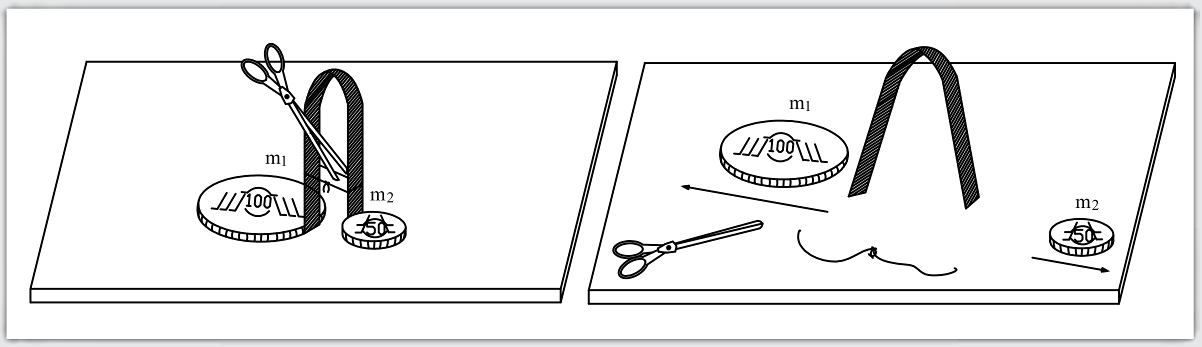
$$4000\ \text{N} - 1000\ \text{N} = 3000\ \text{N}$$

Come è facile osservare, il risultato è lo stesso a cui si è giunti nell'esempio precedente.

Propagazione del sapere

Conseguenze del terzo principio della dinamica

Si utilizza una semplice esperienza che consiste nel mettere su un piano orizzontale, levigatissimo, due dischetti metallici affiancati, uno dei quali con massa doppia rispetto all'altro, tra i quali si dispone una lamina flessibile, piegata a metà e bloccata da un filo. Se improvvisamente si taglia il filo, la lamina si distende, imprimendo la stessa forza ai due dischi. Se si misura la velocità dei due dischetti si nota che il dischetto con massa più grande (m_1) acquista una velocità (v_1) che è la metà della velocità (v_2) di quello con massa più piccola (m_2); questo avviene poiché la massa del più grande è doppia di quella del più piccolo.
Si può quindi dedurre che le masse dei corpi sono inversamente proporzionali alle velocità acquisite dai corpi. Nell'esperimento si è utilizzato un piano levigatissimo proprio per avere meno attrito possibile, infatti questa relazione risulta valida solo in assenza di attriti.



La forza centripeta 5

Nel moto circolare uniforme la velocità cambia continuamente direzione a causa dell'effetto dovuto dall'accelerazione centripeta.
Secondo Newton, in base al secondo principio della dinamica, si può dire che se c'è una accelerazione centripeta, deve esserci necessariamente una forza corrispondente che assume il nome di **forza centripeta**.

Un oggetto che si muove di moto circolare uniforme subisce una forza verso il centro, denominata **forza centripeta** che trattiene il corpo a ruotare sulla circonferenza.

Questa forza centripeta è diretta verso il centro della traiettoria. Come tutte le forze, si ottiene moltiplicando la massa per l'accelerazione centripeta:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad \vec{F}_{\text{centripeta}} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{v^2}{r^2} \cdot r = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Un esempio di forza centripeta si può osservare quando la lavatrice "strizza" i vestiti. I panni nella lavatrice, quando vengono "strizzati", sono sottoposti alla forza centripeta che il cestello esercita su di essi. Questa forza impedisce loro di seguire la “via” delle gocce d’acqua che, non trattenute dal cestello, vengono di fatto allontanate.

Esempio esplicativo

Per calcolare la forza centripeta, che subisce un accappatoio di massa 1 kg che si muove nel cestello della lavatrice di raggio 20 cm con una frequenza di 600 giri al minuto, si procede in questo modo:

$$f = \frac{600 \text{ giri}}{60 \text{ sec}} = 10 \text{ giri/sec}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 20\pi \text{ rad/sec}$$

$$\vec{F}_{\text{centripeta}} = m \cdot \omega^2 \cdot r = 1 \text{ kg} \cdot (20\pi)^2 \cdot 0{,}20 \text{ m} = 789 \text{ N}$$

5.1 La forza gravitazionale

Un esempio di forza centripeta è la **forza gravitazionale**.

Newton osservò che la Terra ruota attorno al Sole senza mai abbandonare la traiettoria sulla quale si trova, il che poteva essere spiegato soltanto ammettendo l’esistenza di una forza in grado di agire costantemente sulla Terra, obbligandola a mantenere tale traiettoria. Questa forza, diretta verso il centro del Sole, e per questo motivo denominata **forza centrale**, è una **forza centripeta**, cioè una forza che attrae verso il centro di un corpo, e viene indicata come forza gravitazionale.

Se sulla Terra non si esercitasse alcuna forza, il pianeta proseguirebbe il suo moto in linea retta, per inerzia, ma poiché il Sole esercita una forza attrattiva sulla Terra, questa è obbligata a ruotarvi attorno.

Legge di gravitazione universale

Nel volume *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* del 1687, il filosofo, matematico, fisico e alchimista inglese Isaac Newton enunciò la legge di gravitazione universale.

Legge di gravitazione universale. Qualsiasi oggetto dell’Universo attrae ogni altro oggetto con una forza diretta lungo la linea che congiunge i baricentri dei due oggetti, di intensità direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

Si può dire che la forza di attrazione che si esercita tra due corpi è direttamente proporzionale alla loro massa e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza, che, in formula, diventa:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

nella quale:

- F = forza di attrazione gravitazionale;
- G = costante di gravitazione universale ($6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg²);
- m_1 = massa del 1° corpo;
- m_2 = massa del 2° corpo;
- r = distanza tra i due corpi.

Facendo allora riferimento alla relazione dell'accelerazione di gravità:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

si può dedurre che forza peso e forza gravitazionale sono due espressioni della stessa forza e che m_1 e m_2 si possono anche chiamare **masse gravitazionali**. È opportuno osservare che due masse gravitazionali di corpi qualsiasi esercitano soltanto forze di attrazione. In questo senso, non sarà mai possibile osservare la repulsione di due masse gravitazionali.

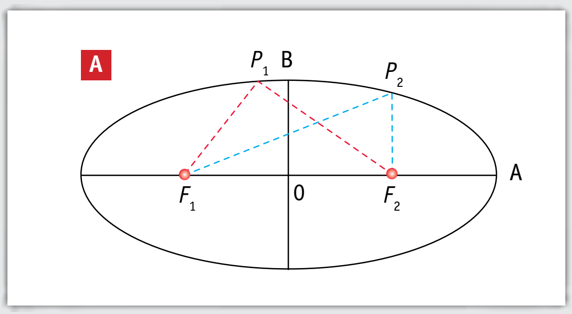
Propagazione del sapere

Le leggi di Keplero

Studiando la Terra e le sue orbite intorno al Sole, fra il 1609 e il 1619, l'astronomo tedesco Johannes Kepler (Keplero) enunciò le tre leggi che portano il suo nome.
Per comprendere meglio tali leggi è utile fare un breve richiamo di geometria, ricordando che l'ellisse è una curva che gode della proprietà per la quale qualunque suo punto è tale che la somma delle distanze dai 2 fuochi sia costante, cioè
$P_2F_1 + P_2F_2 = P_1F_1 + P_1F_2$ = costante.

Prima legge di Keplero

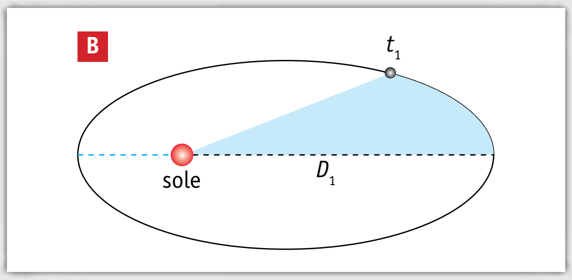
Un pianeta si muove intorno al Sole su una traiettoria ellittica (periodo di rivoluzione), di cui il Sole è uno dei fuochi (**figura A**).

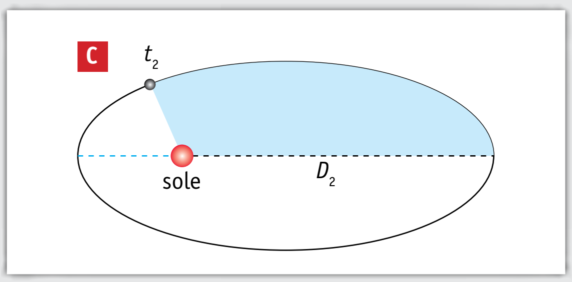


Si definisce il **raggio vettore** di un pianeta come il segmento che congiunge il centro del Sole con il centro del pianeta. Il raggio vettore descrive aree corrispondenti agli spostamenti del pianeta sulla sua orbita. Il rapporto fra l'area descritta e il tempo impiegato è chiamato **velocità areale** (nel SI misurabile in m²/sec).

Seconda legge di Keplero

Le aree descritte dal segmento (raggio vettore) che unisce i due corpi (Sole e pianeta) sono direttamente proporzionali ai tempi impiegati a descriverle.
Riferendosi alla figura (**figura B**) si può osservare che in un tempo t_1 il raggio vettore descrive un'area A_1, in un tempo doppio l'area descritta è doppia (**figura C**).



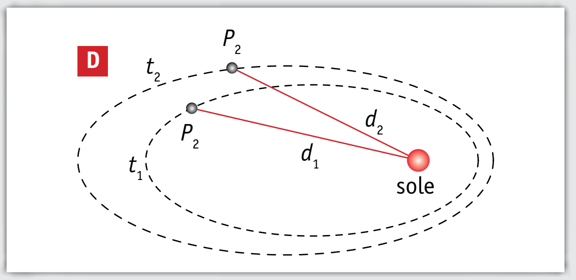


Pertanto, la velocità dei pianeti intorno al Sole non è costante: quando il pianeta è più vicino al Sole (perielio), si muove con velocità maggiore mentre quando è più lontano (afelio) si sposta con velocità minore.

Terza legge di Keplero

I quadrati dei periodi di rivoluzione sono direttamente proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle orbite (**figura D**). Cioè:

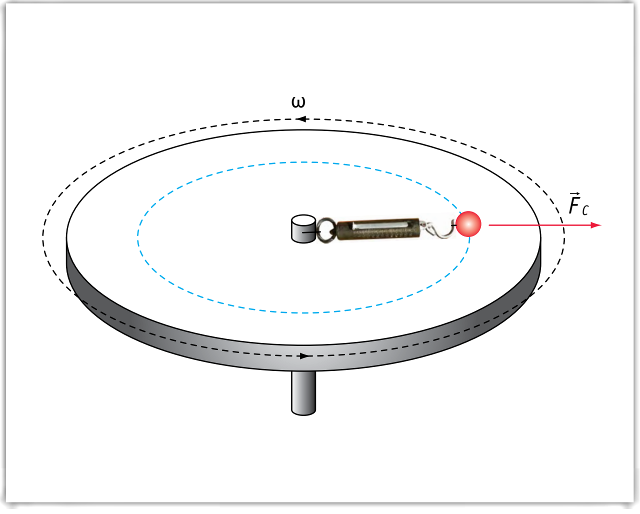
$$\frac{T^2_1}{T^2_2} = \frac{D^3_1}{D^3_2}$$



6 La forza centrifuga

Si è già osservato che il Sole esercita sulla Terra una forza centripeta, che la attrae verso il centro dell'orbita. A questa forza se ne oppone una di verso opposto che viene chiamata **forza centrifuga**.

Più generalmente si può dire che un corpo che ruota di moto circolare uniforme è sottoposto a una forza che lo vincola. Per conoscere questa forza si prosegue attraverso alcuni esempi.



Un corpo che ruota di moto circolare uniforme è sottoposto a una forza centrifuga.

Esempio 1. Si prende in considerazione una piattaforma ferma sulla quale viene posta una pallina di massa m agganciata a un dinamometro (fissato nel centro della piattaforma stessa). Quando la piattaforma è ferma, il dinamometro non segna alcuna forza, mentre facendo ruotare la piattaforma, il dinamometro si allunga, registrando e misurando una forza ($\vec{F_c}$), pertanto, un corpo che ruota di moto circolare uniforme è sottoposto a una forza centrifuga.

Esempio 2. Se si sostituisce la pallina di massa m con un'altra di massa doppia, cioè $2m$, la forza misurata dal dinamometro risulta doppia rispetto a quella precedente. Pertanto si può dire che la forza centrifuga è direttamente proporzionale alla massa del corpo che si muove di moto circolare.

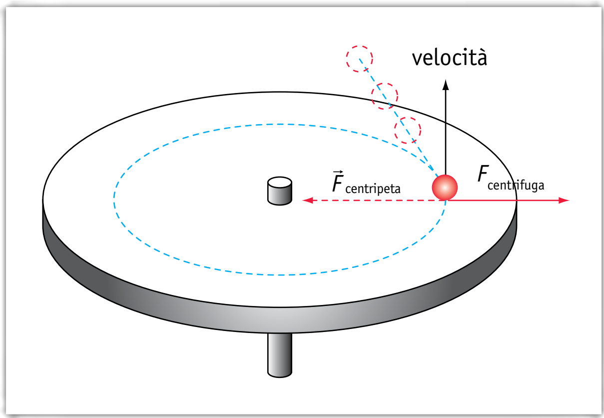
Esempio 3. Se, invece, si aumenta la frequenza di rotazione della piattaforma, raddoppiandola, si osserva che la forza centrifuga misurata dal dinamometro risulta quadruplicata, mentre se si triplica la velocità angolare, la forza centrifuga diventa nove volte maggiore e così via. Quindi si può affermare che la forza centrifuga è direttamente proporzionale al quadrato della velocità angolare.

Esempio 4. Usando un dinamometro con una lunghezza doppia del precedente, in modo tale che la pallina si trovi a una distanza doppia dal centro attorno a cui essa ruota, e facendo sì che la piattaforma compia sempre lo stesso numero di giri al secondo (cioè abbia sempre la stessa frequenza e, quindi, la stessa velocità angolare) si noterà che la forza centrifuga misurata dal dinamometro risulta raddoppiata. Cioè, raddoppiando il raggio (a parità di massa

e velocità angolare), la forza centrifuga raddoppia. Quindi si può concludere che la forza centrifuga è direttamente proporzionale al raggio della circonferenza su cui ruota il corpo.
Se si prova a riunire tutte le osservazioni precedenti in un'unica relazione, si ha che:

$$\vec{F}_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

nella quale ω è la velocità angolare.
Si può osservare, quindi, che la forza centrifuga ha la direzione del raggio della circonferenza sulla quale si muove il corpo, ed è diretta verso l'esterno. Essa è uguale e contraria alla forza centripeta (forza che trattiene il corpo a ruotare sulla circonferenza).



Tenendo presente che la velocità periferica è uguale al prodotto della velocità angolare per il raggio $v = \omega \cdot r$, quindi, per la formula inversa si ha $\omega = v/r$, sostituendo tale relazione nella formula precedente si ottiene:

$$\vec{F}_c = m \cdot \frac{v^2}{r^2} \cdot r = \frac{mv^2}{r}$$

In questo modo è possibile esprimere la forza centrifuga in funzione della velocità periferica.

Esempio esplicativo

Se si suppone di dover far girare un secchio di 500 g, legato a una corda di 30 cm, quale forza centrifuga si deve esercitare per far compiere al secchio 2 giri al secondo con velocità costante?
Innanzitutto, dire che il secchio deve compiere 2 giri al secondo equivale ad affermare che il secchio ruota con una frequenza di 2 Hz. Si sa che la frequenza è l'inverso del periodo, quindi:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2\,\text{Hz}} = 0,5\,\text{s}$$

Si calcola ora la velocità periferica, che è data dal rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il tempo impiegato a percorrerla:

$$v = \frac{2\neq r}{T} = \frac{2\neq \cdot 0,30\,\text{m}}{0,5\,\text{s}} = 3,8\,\text{m/s}$$

A questo punto si è in grado di calcolare l'accelerazione centripeta:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(3,8\,\text{m/s})^2}{0,3\,\text{m}} = 48,1\,\text{m/s}^2$$

Si può ora rispondere alla domanda iniziale ricorrendo al secondo principio della dinamica:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = 0,5\,\text{kg} \cdot 48,1\,\text{m/s}^2 = 24,05\,\text{N}$$

Mettersi alla prova

Calcola la forza centrifuga a cui è sottoposta un'auto della massa di 800 kg, che affronta una curva di raggio di 20 m alla velocità di 90 km/h.

7 Il moto armonico e il secondo principio della dinamica

Si è già studiato che nel **sistema massa-molla** l'allungamento della molla è proporzionale alla forza applicata, perciò vale la seguente formula:

$$\vec{F} = k \cdot \vec{x}$$

dove k è la **costante di elasticità della molla**.
In tale sistema è presente anche una forza che agisce in senso contrario, opponendosi alla forza applicata, dovuta all'elasticità stessa della molla.
Se si considera l'intero ciclo di oscillazione di una molla sottoposta a una forza di trazione (sistema massa-molla) si sa che la forza F, che ha provocato l'allungamento della molla, cessa se viene richiamata da una forza di verso contrario, per cui per la legge di Hooke:

$$\vec{F} = -k\,\vec{x}$$

Questo comportamento della molla è denominato **moto armonico semplice**.
Poiché si sa che per il secondo principio della dinamica una forza è data dal prodotto della massa per l'accelerazione ($F = m \cdot a$) sviluppando la relazione precedente si ha:

$$m \cdot \vec{a} = -k \cdot \vec{x}$$

da cui si ricava:

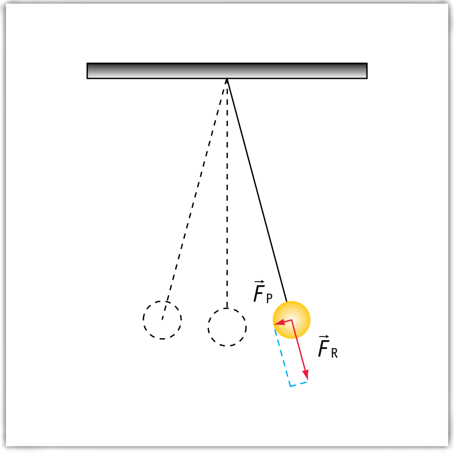
$$\vec{a} = -\frac{k}{m} \cdot \vec{x}$$

Pertanto, l'accelerazione acquistata dalla molla è proporzionale allo spostamento subito da essa, ma in senso contrario.

Ogni volta che un corpo è sottoposto a un'accelerazione $\vec{a}$ proporzionale a $-x$ si dice che si muove di moto armonico semplice.

7.1 Il pendolo

Il moto del pendolo è un esempio di moto armonico semplice come il moto della molla. Il **pendolo semplice** è un oggetto costituito da un filo inestensibile, flessibile e di peso trascurabile, a un'estremità del quale è sospeso un corpo pesante (puntiforme). Il pendolo è in equilibrio quando è fermo: il suo peso diretto verso terra è equilibrato dal filo inestensibile.



Quando il pendolo viene spostato (verso destra o verso sinistra) tenderà a muoversi verso la posizione di equilibrio. La forza-peso può essere scomposta in altre due forze che, per comodità descrittiva, si scelgono rispettivamente nella direzione del filo e perpendicolare a esso e che si chiamano forze componenti $\vec{F_R}$ e $\vec{F_P}$.

La forza $\vec{F_R}$ è equilibrata dalla resistenza del filo e, quindi, non ha alcun effetto sul corpo, mentre la forza $\vec{F_P}$ agisce sul corpo spostandolo nella direzione della posizione di equilibrio.

Il **periodo del pendolo**, cioè il tempo impiegato per compiere un'oscillazione completa, non dipende dal suo peso ma soltanto dalla sua lunghezza l e dall'accelerazione di gravità g:

$$T = 2\neq\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Si chiarisce meglio quanto si è affermato finora analizzando alcuni esempi.

Esempio 1. Se si considerano tre pendoli lunghi rispettivamente 1 m, 4 m e 9 m, fatti con lo stesso filo inestensibile, ai quali sono appese tre masse uguali. Si noterà che se per il pendolo lungo 1 m il tempo impiegato per compiere una oscillazione è T, per quello lungo 4 m risulterà doppio, cioè $2T$, e per il terzo risulterà $3T$. Questo significa che il periodo del pendolo è direttamente proporzionale alla radice quadrata della sua lunghezza. Infatti, la radice quadrata di 1 è 1, quella di 4 è 2 e quella di 9 è 3.

Esempio 2. Se si prendono, invece, due pendoli di uguale lunghezza cui sono sospesi due corpi di massa differente, e li si fa oscillare, misurando i loro periodi si nota che sono uguali. Conseguentemente si può dedurre che il periodo di oscillazione di un pendolo non dipende dal valore della sua massa.

Esempio 3. Ripetendo questa esperienza in luoghi diversi (cioè ai poli piuttosto che all'equatore, al mare piuttosto che sull'Everest) si è potuto osservare che il periodo di oscillazione di un pendolo variava da luogo a luogo. Ciò si spiega in ragione del fatto che l'accelerazione di gravità varia da un punto all'altro della Terra. Infatti, aumentando l'accelerazione di gravità il periodo del pendolo diminuisce in ragione della radice quadrata di esso. Pertanto il periodo è inversamente proporzionale alla radice quadrata della gravità. Inoltre, la formula dalla quale si determina il periodo di oscillazione non è sempre valida qualunque siano le oscillazioni del pendolo, ma soltanto se queste sono piccole (inferiori a 4°) e isocrone (tutte con lo stesso tempo). Proprio studiando il moto di un pendolo **Galileo Galilei** riuscì, per primo, a misurare il valore dell'**accelerazione di gravità** fornendo la formula seguente per il suo calcolo:

$$g = \frac{4\neq^2 \cdot l}{T^2}$$

dalla quale si è ricavata la formula per calcolare il periodo del pendolo o la lunghezza del suo filo.

Vero o falso

1 Se, in assenza di attrito, una motocicletta percorre un rettilineo con velocità costante, la risultante di tutte le forze applicate alla motocicletta è nulla **V** **F**

2 La causa della velocità di un corpo è la forza **V** **F**

3 Un treno in partenza dalla stazione è un sistema di riferimento inerziale **V** **F**

4 La massa inerziale di un corpo è il rapporto tra la forza a esso applicata e l'accelerazione che ne consegue **V** **F**

5 Le forze di azione e reazione non agiscono mai sullo stesso corpo **V** **F**

6 Dal primo principio della dinamica si può dedurre che in assenza di forze non vi può essere moto **V** **F**

7 Per il terzo principio della dinamica se stiamo in piedi sul pavimento esso esercita su di noi una forza **V** **F**

8 La Terra ruota intorno al Sole perché è attratta da esso. Invece il Sole non è attratto dalla Terra, poiché, se lo fosse, dovrebbe ruotare attorno a essa **V** **F**

9 Se un corpo si muove di moto circolare uniforme, la forza centrifuga è diretta radialmente e rivolta verso l'esterno della traiettoria circolare **V** **F**

10 In un pendolo di lunghezza l e periodo T, per raddoppiare quest'ultimo devo quadruplicare la lunghezza **V** **F**

Risposta multipla

1 Su due corpi di massa diversa agiscono forze uguali. Si può affermare che le accelerazioni acquisite sono:

- A nulle
- B uguali
- C direttamente proporzionali alle masse
- D inversamente proporzionali alle masse

2 Un corpo di massa *m* si muove di moto circolare uniforme con velocità *v*. La forza F che agisce sul corpo è:

- A diversa da zero e inversamente proporzionale all'accelerazione centripeta
- B nulla
- C tangente alla traiettoria
- D diretta verso il centro della circonferenza

3 Se su un corpo che ha massa 2 kg agisce una forza di 4 N, che accelerazione gli imprime?

- A 0,5 m/s²
- B 16 m/s²
- C 2 m/s²
- D 8 m/s²

4 Stabilite in quale caso non sta agendo alcuna forza che determina il movimento del corpo considerato:

- A automobile che parte accelerando al semaforo verde
- B giostra che ruota di moto circolare uniforme
- C pallone lanciato verso l'alto
- D treno che viaggia a velocità costante su un rettilineo

5 In prossimità di un molo si trova una barca ferma con a bordo un pescatore. L'uomo salta con un balzo dalla barca al molo. Che cosa accade alla barca?

- A Si sposta verso il molo
- B Rimane ferma nella sua posizione
- C Si sposta nella direzione opposta al molo
- D Dipende dalla massa del pescatore.

6 Un pendolo semplice è costituito da un corpo di 200 g legato all'estremità di un filo sottile inestensibile, molto leggero e lungo 1 m. Il pendolo è fatto oscillare con un'ampiezza di pochi gradi. Il tempo impiegato a percorrere un ciclo completo (periodo) dipende:

- A dall'ampiezza delle oscillazioni
- B dal materiale di cui è composto il filo
- C dalla massa del pendolo
- D dalla lunghezza del filo

Test di verifica

1 Completa le seguenti affermazioni.

- A Secondo il ______ principio della dinamica, se la ______ totale applicata a un punto materiale è uguale a zero, allora esso mantiene il suo stato di ______ o di moto ______; viceversa se un corpo si trova in uno stato di ______ o si muove di moto ______ allora la ______ che agisce su di esso è uguale a zero.
- B Un sistema di riferimento in cui vale il primo principio della dinamica si chiama sistema di ______.
- C Principio di ______ galileiana: le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento ______.

2 Completa le seguenti affermazioni.

- A L'accelerazione di un corpo è ______ proporzionale alla forza che agisce su di esso.
- B La ______ di un corpo si definisce come la resistenza che esso oppone al tentativo di accelerarlo.
- C Secondo il ______ principio della dinamica, quando un corpo *x* esercita una data ______ su un altro corpo *y*, anche quest'ultimo esercita a sua volta una ______ su A; le due ______ hanno la stessa direzione e lo stesso modulo, ma versi ______.

3 Un'automobile all'istante t = 0 è ferma. A un certo punto accelera uniformemente e in 15 s raggiunge la velocità di 108 km/h. Supponendo che l'automobile abbia massa di 1200 kg, qual è la forza che agisce durante il periodo in cui essa accelera? [2400 N]

4 Trascurando l'attrito calcola la forza da esercitare a un corpo di massa di 90000 kg, per portarlo da fermo alla velocità di 20 km/h in 1 minuto. [8333 N]

5 La massa di un corpo è 40 kg. Calcola l'accelerazione che assume il corpo qualora gli venga applicata una forza di 50 N. [a = 1,2 m/s²]

6 Un corpo, soggetto a una forza totale pari a $2 \cdot 10^4$ N, subisce un'accelerazione pari a 2 m/s^{-2}. Qual è la sua massa? [10 t]

7 Un aereo da turismo carico di passeggeri ha una massa di 600 kg ed è fermo sulla pista, in attesa del decollo. Quando inizia la manovra, la turbina applica sull'apparecchio una forza di trazione di 4200 N. Trascurando gli attriti, quanto vale l'accelerazione a dell'aereo? [7 m/s²]

8 Una vettura di massa 500 kg, che sta viaggiando alla velocità di 72 km/h, frena. Durante la frenata viene applicata una forza costante di 1000 N. In quanto tempo si ferma? [10 s]

9 Un corpo di peso 19,6 N è fermo su un piano orizzontale privo di attrito. Determina la forza orizzontale costante che si deve applicare al corpo affinché, dopo 4 s, abbia percorso lo spazio di 80 m. [20 N]

10 Su due sfere di 6 e 20 kg, si esercita la stessa forza. La sfera avente massa minore acquista una accelerazione di 25 m/s². Calcola l'accelerazione dell'altra sfera. [a = 7,5 m/s²]

11 Nella savana un ghepardo e una gazzella di massa rispettivamente di 55 kg e 30 kg si trovano a distanza di sguardo. Entrambi scattano nello stesso momento e sono in grado di spingersi nella corsa per 3 s, con una forza rispettivamente di 495 N e 240 N prima di raggiungere la loro velocità limite. Stabilite, confrontando le loro velocità limite se il ghepardo raggiungerà la gazzella oppure no. [sì, poiché: $v_{ghepardo}$ = 27 > $v_{gazzella}$ = 24 m/s]

12 Un corpo appeso a un dinamometro segna 5 N. Qual è la massa del corpo? [0,51 kg]

13 Un oggetto pesa 56 N. Quanto vale la sua massa? [m = 5,71 kg]

14 Un baule ha massa pari a 104 kg. Qual è il suo peso? [P = 1019 N]

15 Il raggio (medio) del pianeta Venere è $6{,}8 \cdot 10^6$ m e la sua massa è $4{,}88 \cdot 10^{24}$ kg. Calcola il valore dell'accelerazione di gravità sulla superficie del pianeta. [g = 8,807]

16 Un cilindro di alluminio (ρ = 2700 kg/m³) ha una massa di 200 g. Calcola il suo peso e il suo peso specifico. [P = 1,96 N; y = 2,65 · 104 N/m³]

17 Calcola a che distanza si devono trovare due amici di massa uguale a 75 kg per avere una forza di attrazione di 2×10^{-7} N. [1,37 m]

18 Quanto vale la forza di attrazione tra due masse rispettivamente di 20 e 40 kg poste a 0,5 m l'una dall'altra? [$2{,}13 \cdot 10^{-7}$ N]

19 Calcola il valore teorico dell'accelerazione di gravità g in un punto distante 10.000 km dal centro della Terra. [1,488 N/kg]

20 Una fionda è costituita da un sasso vincolato a percorrere 5 giri al secondo lungo una circonferenza di raggio r = 1 m per mezzo di una corda. Considerando che il sasso ha massa 200 g, quale forza centrifuga agisce su di esso. [197 N]

21 Una massa di 200 g è appesa all'estremità di un filo di massa trascurabile e viene fatta oscillare. Che lunghezza deve avere il filo affinché il periodo del pendolo sia T = 5 s? [l = 6,2 m]

22 Un pendolo è costituito da una massa sospesa a un filo lungo 10 metri; quanto vale il suo periodo di oscillazione? [6,35 s]

23 Un pendolo semplice viene utilizzato per misurare l'accelerazione di gravità sulla Luna, dove il suo periodo è 4,9 s. Sapendo che il suo periodo misurato sulla Terra è pari a 2 s, stima l'accelerazione di gravità lunare. [g_{Luna} = 1,63 N/kg]

24 L'orbita della Terra è quasi perfettamente circolare. Nella tabella che segue sono riportati alcuni dati sui pianeti del sistema solare.

	Semiasse maggiore (m)	Periodo di rivoluzione (s)
Mercurio	$0{,}5786 \cdot 10^{11}$	$7{,}60 \cdot 10^6$
Venere	$1{,}0809 \cdot 10^{11}$	$1{,}94 \cdot 10^7$
Terra	$1{,}4950 \cdot 10^{11}$	$3{,}16 \cdot 10^7$
Marte	$2{,}2769 \cdot 10^{11}$	$5{,}94 \cdot 10^7$
Giove	$7{,}7770 \cdot 10^{11}$	$3{,}74 \cdot 10^8$
Saturno	$14{,}2832 \cdot 10^{11}$	$9{,}30 \cdot 10^8$
Urano	$28{,}7309 \cdot 10^{11}$	$2{,}66 \cdot 10^9$
Nettuno	$45{,}0130 \cdot 10^{11}$	$5{,}20 \cdot 10^9$

Prova a verificare la III legge di Keplero per l'orbita di Saturno rispetto a quella della Terra utilizzando i dati forniti nella tabella.