

U.D.

3

LE GRANDEZZE FONDAMENTALI DELLA DINAMICA



1

Il lavoro

In fisica il concetto di lavoro è molto simile a quello che si intende anche nella vita quotidiana. Se un cavallo è intento a trainare un carretto, esercita una forza per mezzo della quale sposta il carretto stesso. Ogni volta che una forza provoca uno spostamento si dice che compie lavoro.

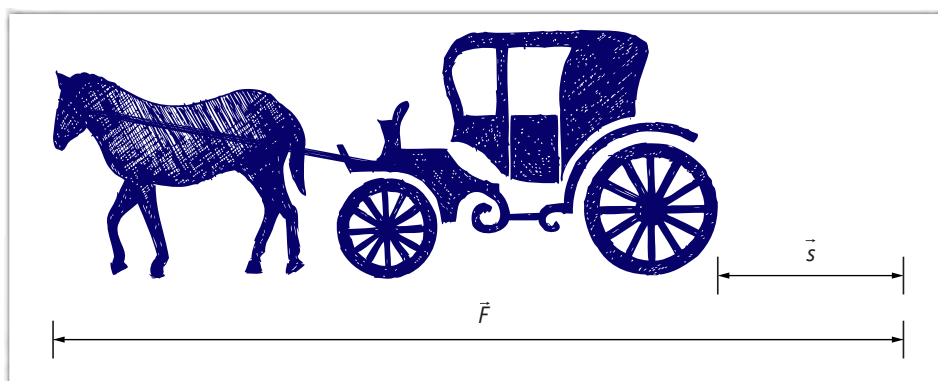
Si definisce il **lavoro** di una forza, la grandezza fisica che mette in relazione la forza e lo spostamento che essa provoca. Il lavoro della forza dipende sia dalla direzione della forza, sia dalla direzione dello spostamento.

Per giungere a una definizione completa del lavoro si distinguono quattro casi:

- la forza e lo spostamento hanno la stessa direzione;
- la forza e lo spostamento formano un angolo acuto;
- la forza e lo spostamento formano un angolo retto;
- la forza e lo spostamento formano un angolo ottuso.

Nel caso del cavallo, la forza esercitata ha la stessa direzione dello spostamento.

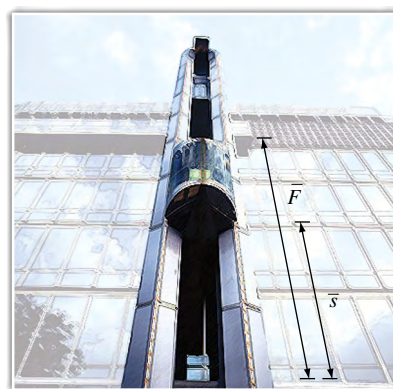
In figura è rappresentata schematicamente la situazione: con \vec{F} è indicata la forza e con \vec{s} lo spostamento (entrambe sono grandezze vettoriali, cioè aventi intensità, direzione e verso).



■ La forza e lo spostamento hanno la stessa direzione

Un ascensore che solleva dei pesi, esercitando una forza uguale ai pesi che deve sollevare e spostandoli da un punto più basso a un punto più alto, compie un lavoro, perché esercita una forza, spostando i corpi lungo la direzione della forza. La forza esercitata, come nel caso del cavallo, ha la stessa direzione dello spostamento.

Quando la forza e lo spostamento hanno la stessa direzione e sono paralleli, il lavoro viene definito dalla seguente formula.



Il **lavoro** è uguale al prodotto della forza per lo spostamento.

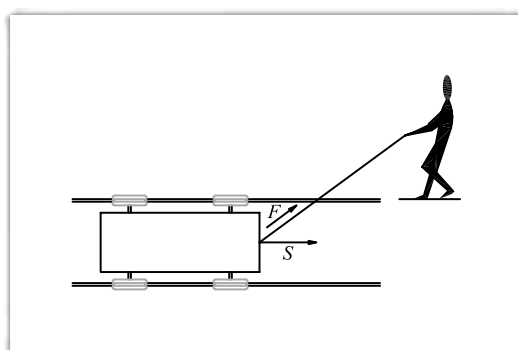
$$L = F \cdot s$$

Nel SI l'unità di misura del lavoro è il $\text{N} \cdot \text{m}$ che viene denominata **joule (J)**. Una forza di 1 newton compie il lavoro di 1 joule, se sposta il suo punto di applicazione di 1 metro.

■ La forza e lo spostamento formano un angolo acuto

Può succedere che per vari motivi non sia comodo, o possibile, esercitare una forza su un corpo, facendogli fare uno spostamento nella stessa direzione. Per esempio, per spostare un carrello ferroviario lungo i binari è obbligatorio camminare a lato dei binari anziché tra questi. In questo caso, il carrello si sposta nella direzione dei binari, mentre la forza esercitata sul carrello ha un'altra direzione, che forma un angolo acuto con la direzione dello spostamento.

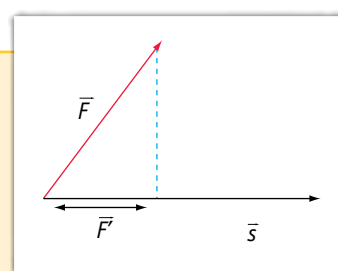
Quando la forza e lo spostamento formano un angolo acuto, il lavoro viene definito dalla seguente formula.



Il **lavoro** è uguale al prodotto dello spostamento per la proiezione della forza nella direzione dello spostamento:

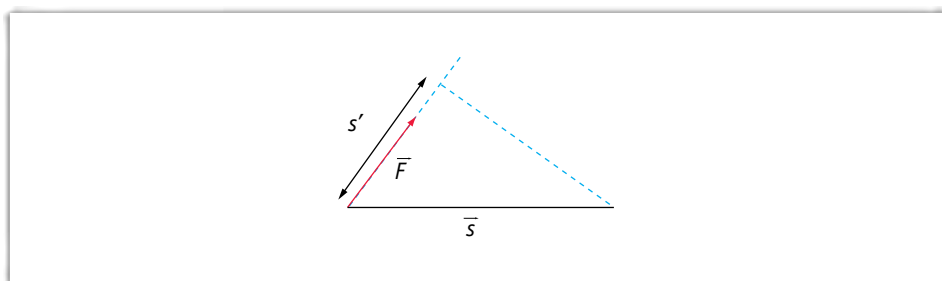
$$L = F' \cdot s$$

Nella figura F' indica la proiezione della forza \vec{F} sulla direzione dello spostamento s .



Oppure, si può dire che il lavoro è uguale al prodotto della forza per la proiezione dello spostamento sulla direzione della forza:

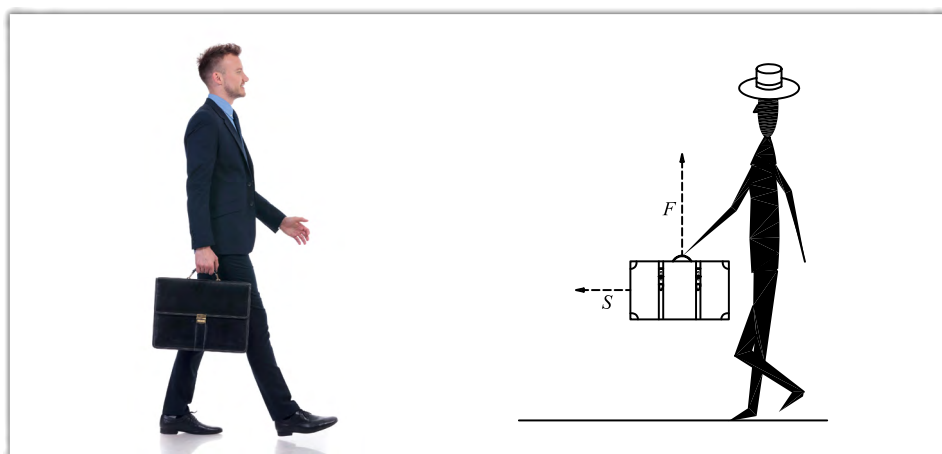
$$L = \vec{F} \cdot s'$$



Nella figura s' indica la proiezione dello spostamento \vec{s} sulla direzione della forza \vec{F} .

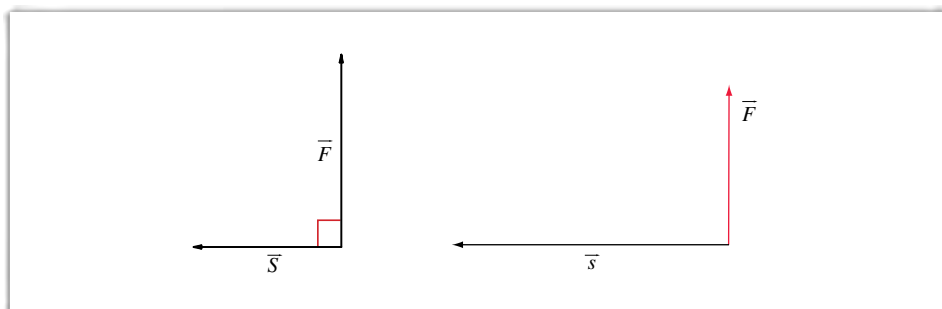
■ La forza e lo spostamento formano un angolo retto

Se si prende in considerazione, ora, un uomo mentre solleva una valigia, si nota che la forza esercitata è perpendicolare al pavimento e così pure lo spostamento della valigia, in questo caso l'uomo compie un lavoro. Quando, però, l'uomo cammina, portando la valigia, la forza esercitata è diretta verso l'alto ed è perpendicolare alla terra, mentre lo spostamento, risulta parallelo al pavimento.



Quando forza e spostamento sono perpendicolari (formano un angolo retto) **il lavoro è nullo**; infatti, la proiezione della forza \vec{F} sullo spostamento si riduce a un punto che ha dimensione uguale a zero:

$$L = 0$$



L'affaticamento dell'uomo è dovuto al fatto che, nel sostenere la valigia stando fermo, i muscoli delle braccia rimangono in tensione e consumano energia biochimica più di quando sono rilassati.

■ La forza e lo spostamento formano un angolo ottuso

Quando un portiere para la palla, la forza delle mani ha verso opposto rispetto allo spostamento della palla.

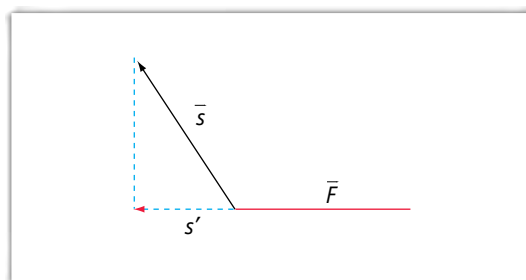


In questo caso la forza e lo spostamento formano un angolo ottuso e il lavoro viene definito dalla seguente formula.

Il **lavoro** è sempre uguale al prodotto dello spostamento per la proiezione della forza sullo spostamento:

$$L = \vec{F} \cdot (-s') = -\vec{F} \cdot s'$$

dove s' è la proiezione di \vec{s} sulla forza \vec{F} .



Quando la forza e lo spostamento sono diretti in senso opposto, la forza risulta positiva e lo spostamento negativo.

■ Lavoro resistente, lavoro motore e lavoro nullo

Dagli esempi precedenti si deduce che il lavoro compiuto da una forza può essere:

- **negativo**, quando la forza ha verso opposto a quello dello spostamento. Se il lavoro è negativo si tratta di un **lavoro resistente**;
- **positivo**, quando la forza ha lo stesso verso dello spostamento. Se il lavoro è positivo si tratta di un **lavoro motore**;
- **nullo**, quando la forza e lo spostamento sono perpendicolari.

■ Il lavoro: una grandezza scalare

Poiché il lavoro è una **grandezza scalare**, cioè è definita soltanto da un valore assoluto (un numero), non ha senso dire che è stato fatto un lavoro in una certa direzione, mentre ha senso affermare che lo spostamento avviene in una direzione ben precisa e che si esercita una forza in una certa direzione.

● **Esempio esplicativo**

Due ragazzi, Alessandro e Valentino, abitano al terzo piano di una casa. A un certo punto decidono di andare a giocare a pallone in cortile. Per comodità decidono di lanciare il pallone dalla finestra anziché portarselo con loro. Valentino scende in cortile ad aspettare che Alessandro glielo lanci. Mentre Valentino scende, Alessandro tiene il braccio fuori dalla finestra e sorregge il pallone con la mano. La massa del pallone è di 200 g, mentre l'altezza dal suolo è 10 m. Si deve calcolare:

1. il lavoro compiuto da Alessandro per tenere fermo il pallone;
2. il lavoro compiuto dalla forza di gravità durante la caduta del pallone, quando Alessandro lo lascia andare.



Si procede per punti.

1. Alessandro, nel tenere fermo il pallone, esercita una forza diretta verso l'alto uguale e contraria rispetto alla forza-peso del pallone, quindi, poiché $F = m \cdot g$, dove g è l'accelerazione di gravità, si avrà:

$$0,200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,96 \text{ N}$$

Tuttavia il pallone è fermo; ciò significa che lo spostamento è nullo, quindi il lavoro ($F \cdot s$) sarà:

$$1,96 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ J (lavoro nullo)}$$

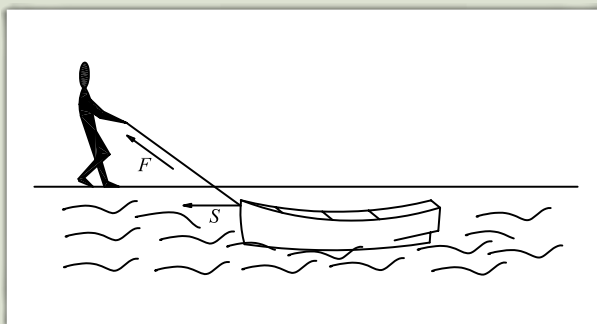
2. Quando Alessandro toglie la mano dal pallone, questo cade verso Valentino, per effetto della forza di attrazione gravitazionale. Il lavoro che la forza di gravità compie per portare il pallone al suolo sarà, quindi:

$$1,96 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 19,6 \text{ J}$$

Mettersi alla prova



Qual è la definizione fisica di lavoro rappresentata nel disegno? Motivane la scelta.



2 La potenza

Se si prendono in considerazione due motori che compiono un lavoro di 100 joule, impiegando, rispettivamente, il primo 4 ore e il secondo soltanto 2 ore, si può dire che il secondo motore è più potente.

La **potenza** è definita dal rapporto tra il lavoro speso e il tempo impiegato a compierlo.

$$P = \frac{L}{t}$$

Nel SI la potenza si misura in **watt** (W), per cui misurando il lavoro in joule (J) e il tempo in secondi (s) si ha:

$$1 \text{ watt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ secondo}}$$

perciò 1 watt corrisponde al lavoro di 1 joule in 1 secondo.

Poiché il watt è un'unità di misura molto piccola spesso viene utilizzato il suo multiplo: il kilowatt (kW).

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} = 1 \cdot 10^3 \text{ W}$$



Una lampadina da 80 W assimila ogni secondo 80 J di energia elettrica che trasforma in energia luminosa.
Una lavatrice che lavora a 60 °C richiede circa 800 W.



Propagazione del sapere

Il cavallo-vapore

Talvolta per ragioni di comodità, il lavoro è espresso in kgm (kilogrammi per metro o kilogrammetri). In questo caso la potenza si misura in kgm/s. Dato che 1 kgm = 9,8 joule si ha:

$$1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 9,8 \text{ W}$$

Un'unità di misura ancora molto usata per la potenza

è il **cavallo-vapore**, abbreviato in CV, per il quale vale la relazione:

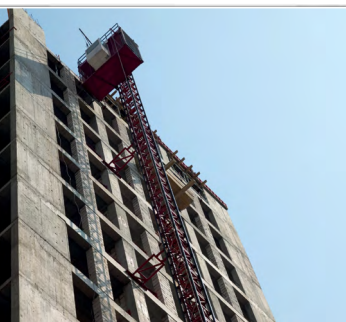
$$1 \text{ CV} = 75 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 735 \text{ W}$$

Come si può vedere, il CV è semplicemente un multiplo del watt.

● Esempio esplicativo

Se un ingegnere dovesse progettare un montacarichi in grado di sollevare in un minuto un carico di 2000 kg, dal suolo fino a 15 metri di altezza, quale potenza minima dovrebbe poter erogare?

Per comodità si ipotizza che il carico venga sollevato con velocità costante. La forza da applicare verso l'alto dovrà essere uguale al peso del carico.



Ricordando che $F = m \cdot g$ si ha:

$$F = 2000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 19600 \text{ N}$$

Pertanto, il lavoro compiuto ($L = F \cdot s$) dalla forza applicata sarà:

$$19600 \text{ N} \cdot 15 \text{ m} = 2,94 \cdot 10^5 \text{ J}$$

La potenza minima che il montacarichi dovrebbe erogare è data, infine, dalla formula:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{2,94 \cdot 10^5 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 4,9 \cdot 10^3 \text{ W}$$

3 L'energia

Il lavoro è un processo attraverso il quale una certa quantità di energia si trasferisce da un corpo a un altro.

Per esempio, l'acqua contenuta in una diga di alta montagna, se viene incanalata in una condotta ed è fatta scendere a valle, aziona delle turbine che mettono in movimento alcune macchine che producono energia elettrica.



L'acqua nella diga possiede energia potenziale gravitazionale, che man mano viene incanalata diviene energia cinetica.

Da ciò si deduce la definizione di energia.

L'**energia** è la capacità di un sistema di produrre lavoro.

Di conseguenza, un corpo possiede energia se è capace di compiere del lavoro.

Esistono varie forme di **energia**: **meccanica** (di due tipi: cinetica e potenziale gravitazionale), idroelettrica, eolica, elettrica, magnetica, chimica, luminosa, atomica, solare, ecc.

Spesso si sente parlare di consumo di energia; questa espressione non è corretta, perché, in realtà, si dovrebbe dire che l'energia si **trasferisce** da una forma all'altra, **trasformandosi** ma sempre **conservandosi**.

Nell'esempio precedente l'energia contenuta nell'acqua che si muove è trasferita alle turbine, che la passano alle macchine, che, a loro volta, la trasformeranno in altre forme compiendo un lavoro.

L'energia, in sintesi, può essere trasformata da una forma a un'altra, ma non è possibile crearla e nemmeno distruggerla; per questo motivo essa è una **grandezza fisica conservativa**.

L'energia cinetica

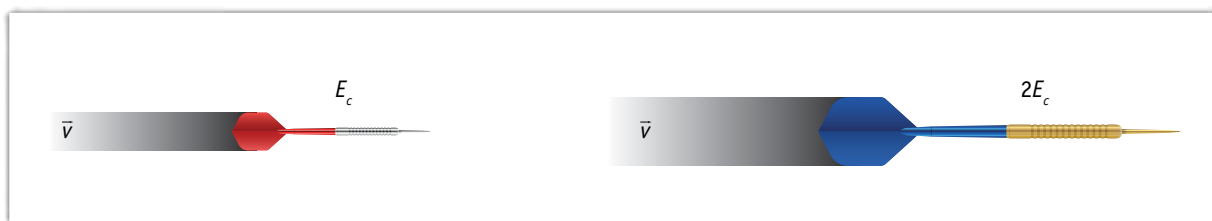
3

1

Un'automobile, un treno, un aereo, ma anche una semplice freccetta, in movimento, possiedono energia.

L'energia posseduta da un corpo in movimento si chiama **energia cinetica**.

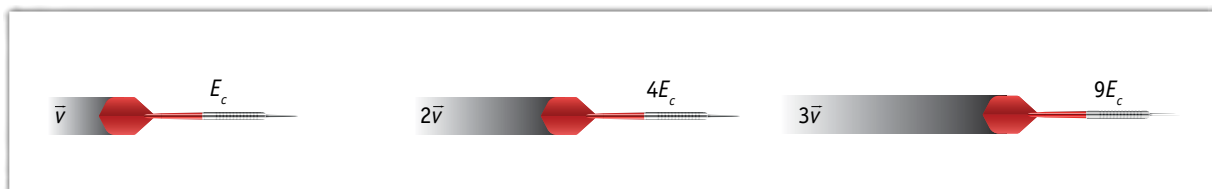
Da ciò si deduce che un corpo quando è fermo non possiede energia cinetica. Tra due freccette, aventi entrambe la stessa velocità v , se la seconda ha massa doppia della prima, ha energia cinetica maggiore, precisamente doppia della prima.



Tra due corpi di massa diversa che si muovono alla stessa velocità, ha energia cinetica maggiore quello con massa più grande.

Da ciò si deduce che: l'energia cinetica è **direttamente proporzionale alla massa** del corpo in moto.

Se si considerano tre freccette, con velocità rispettivamente v , $2v$ e $3v$ (la seconda e la terza hanno velocità rispettivamente doppia e tripla della prima) e massa uguale, si nota che la più veloce ha energia cinetica maggiore. Più precisamente, rispetto alla prima, la seconda possiede un'energia cinetica 4 volte maggiore, mentre la terza ne possiede una 9 volte maggiore.



Da ciò si deduce che: l'energia cinetica di un corpo è **direttamente proporzionale al quadrato della sua velocità**.

Tali relazioni sono alla base della formula per determinare l'energia cinetica.

L'**energia cinetica** di un corpo è direttamente proporzionale al semiprodotto della sua massa e al quadrato della sua velocità.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

L'energia cinetica si misura in joule, la massa in kg e la velocità in m/s (metro/secondo).

■ La dimostrazione della formula sull'energia cinetica

Si considera nuovamente un corpo fermo: esso non possiede energia cinetica. Per fargliela acquistare gli si deve imprimere una forza e metterlo in movimento, facendogli acquistare un'accelerazione. Per farlo si deve compiere un lavoro, applicare una forza in una direzione per produrre uno spostamento. Sapendo che:

- il lavoro è uguale al prodotto della forza per lo spostamento: $L = F \cdot s$;
- la forza è il prodotto della massa per l'accelerazione: $F = m \cdot a$;
- lo spostamento (dal momento che il corpo si muoverà di moto accelerato partendo da fermo) è uguale a: $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Si ottiene:

$$L = F \cdot s = (m \cdot a) \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a^2 \cdot t^2$$

Ricordando che $v = a \cdot t$ si ottiene:

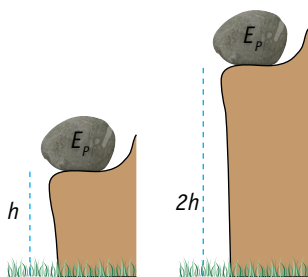
$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Il lavoro speso per metter in moto il corpo è acquistato totalmente da esso sotto forma di energia cinetica.

3
2

L'energia potenziale gravitazionale

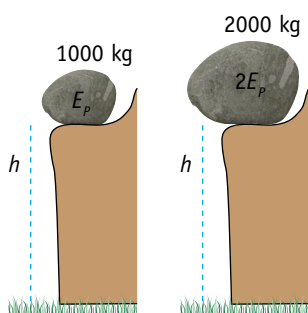
Un masso che si trova a una certa altezza, per il fatto di trovarsi al di sopra del suolo, possiede un'energia potenziale che può trasformarsi in lavoro nel caso in cui esso cada a terra.



L'**energia potenziale gravitazionale** rappresenta il lavoro che un corpo può compiere.

Più elevata è l'altezza a cui il masso si trova, maggiore è l'energia che possiede. Più specificatamente ad altezza doppia corrisponde doppia capacità del campo gravitazionale di compiere lavoro. Pertanto si può affermare che l'energia potenziale gravitazionale è

direttamente proporzionale all'altezza.



Se il masso, anziché pesare 1000 kg, pesasse 2000 kg, pur trovandosi alla stessa altezza di prima avrebbe un'energia potenziale gravitazionale doppia rispetto a quella che possedeva in precedenza. Si dice, quindi, che l'energia potenziale gravitazionale è **direttamente proporzionale al peso del corpo.**

Unendo entrambe le relazioni si giunge a determinare la formula dell'energia potenziale gravitazionale.

L'**energia potenziale gravitazionale** di un corpo è direttamente proporzionale al suo peso ($P = m \cdot g$) e all'altezza a cui si trova.

$$E_p = P \cdot h$$

Alternativamente, per il secondo principio della dinamica, è uguale al prodotto tra massa, altezza e accelerazione gravitazionale:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

ONLINE



L'energia
potenziale elastica

L'energia potenziale (E_p) si misura, come il lavoro, in joule.

Mettersi alla prova

Calcola l'energia potenziale di 1000 m^3 di acqua ($1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ l}$) a 100 m di altezza immagazzinata in una piccola diga.



La conservazione dell'energia meccanica

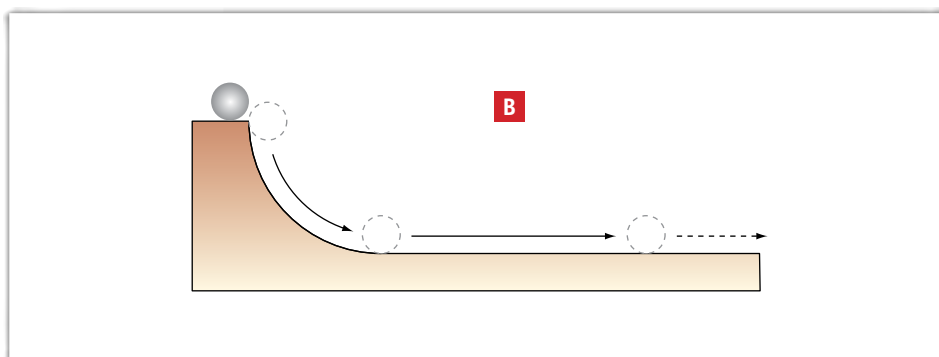
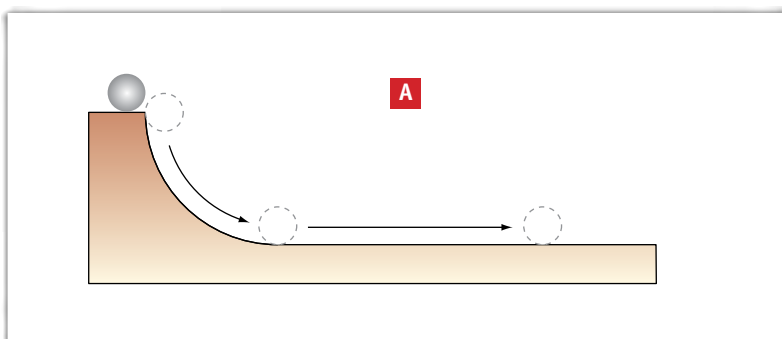
3

3

L'energia non si consuma, si trasferisce e nel trasferirsi spesso si trasforma, cioè non rimane la stessa. Se si considera, ad esempio, una pallina, posta su un ripiano orizzontale a una certa altezza dal suolo, e la si lascia, in seguito, cadere fino a terra, scivolando su una rampa curva, durante la sua discesa acquista velocità, quindi, anche energia cinetica, mentre la sua energia potenziale diminuisce. L'attrito frena la pallina poco alla volta fino a farla fermare (**figura A**).

L'energia potenziale si trasforma progressivamente in energia cinetica, ma dal momento che il moto avviene in presenza di attrito, questa trasformazione non è completa. Quando giunge sul piano orizzontale la pallina avrà perso ogni energia potenziale, a tutto vantaggio dell'energia cinetica che si esaurisce a sua volta perché dissipata dalle **forze d'attrito** che trasformano l'energia cinetica in **energia termica o calore**.

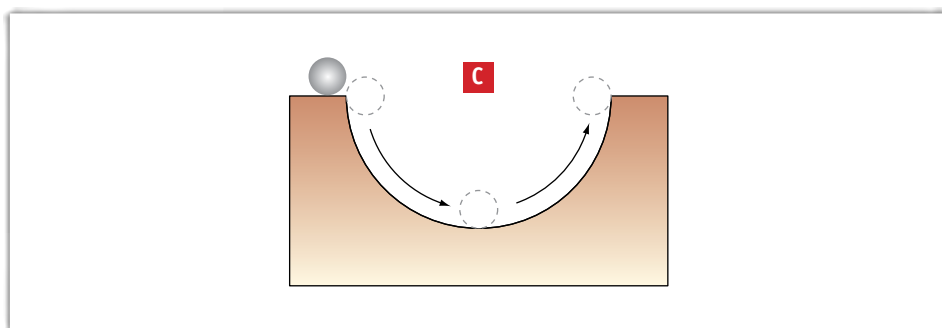
Se si immagina ora di eliminare l'attrito, la pallina, giunta al suolo, prosegue in avanti il suo moto senza mai fermarsi e con velocità costante, per inerzia (**figura B**).



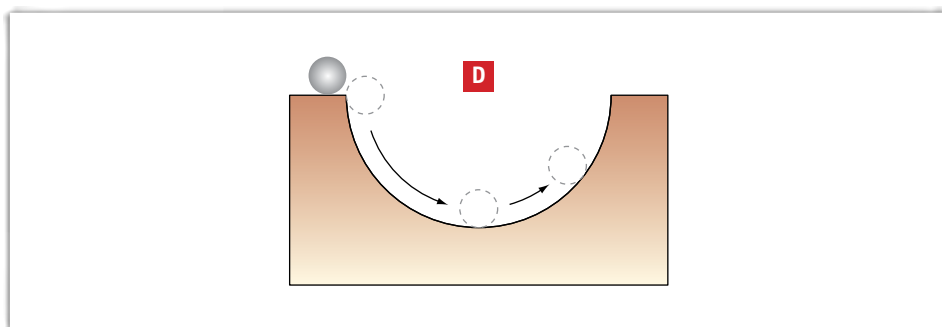
In questo caso non ci sono dissipazioni e l'energia potenziale ceduta è uguale all'energia cinetica acquistata.

Si considera ora la stessa pallina dell'esperienza precedente che cade però all'interno di una cavità di forma semisferica, partendo dalla medesima posizione iniziale (anche in questo caso senza considerare l'attrito). Come visto precedentemente, essa acquista energia cinetica a spese di quella potenziale; giunta al centro della cavità, avrà energia potenziale nulla ed energia cinetica massima. L'eliminazione dell'attrito permette alla pallina di risalire la cavità portandosi alla stessa quota che aveva all'inizio (**figura C**).

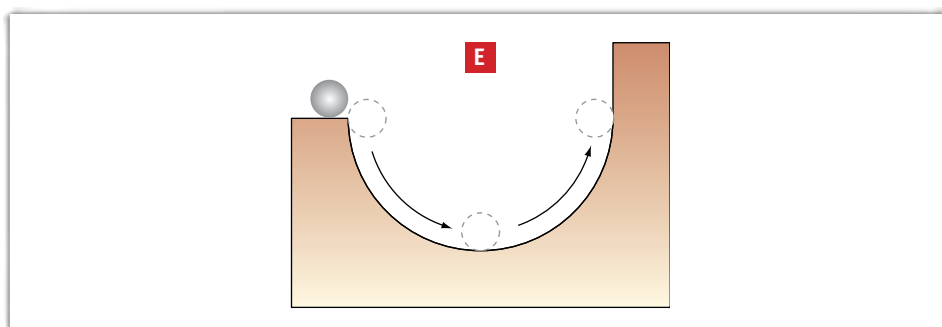
Si assiste così alla trasformazione inversa, cioè l'energia cinetica ridiventa energia potenziale.



Nella realtà, tuttavia, la presenza delle forze d'attrito frena la pallina che non è in grado di risalire sino alla quota partenza, fermandosi prima (**figura D**).



Nell'esempio precedente si è presa in considerazione una cavità semisferica in cui il punto di partenza è allineato con il punto d'arrivo. Se si sposta il punto d'arrivo verso l'alto e si ipotizza, in assenza di attrito, il comportamento della pallina, si nota che questa risalirà soltanto fino alla stessa altezza del punto di partenza senza riuscire ad andare oltre (**figura E**); la quantità d'energia, infatti, pur trasformandosi da potenziale a cinetica, rimane uguale.

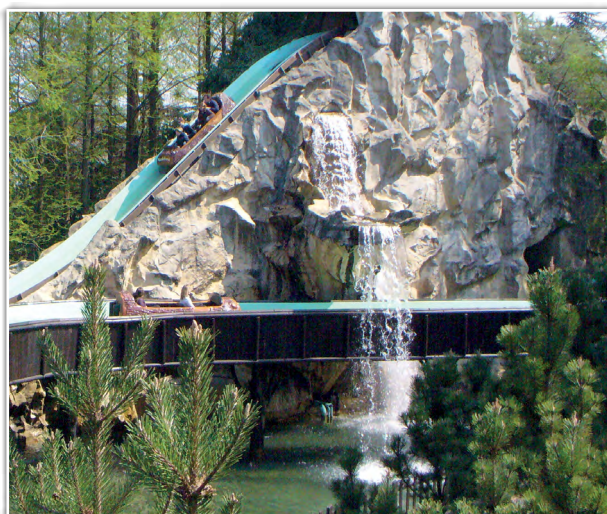


Da queste semplici esperienze si deduce il **principio di conservazione** dell'energia meccanica.

Principio di conservazione dell'energia meccanica. La somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale iniziale è uguale alla somma dell'energia cinetica e potenziale finale, cioè:

$$E_c + E_p = E_{tot} = \text{costante}$$

Quindi in assenza di attriti, l'energia meccanica totale di un corpo, cioè la somma di energia cinetica e potenziale, è **costante**, cioè, si conserva.



Nella giostra "Colorado boat" c'è una continua trasformazione di energia potenziale gravitazionale in energia cinetica (discesa) e di energia cinetica in potenziale gravitazionale (salita).

● Esempi esplicativi

1

Se si deve calcolare, di un corpo di 100 kg che si trova a 20 metri di altezza, l'energia cinetica e potenziale che possiede a 5 metri dal suolo, si deve procedere nel modo seguente.

1. Si calcola l'energia potenziale iniziale:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m} = 1,96 \cdot 10^4 \text{ J}$$

2. Si calcola l'energia cinetica iniziale:

$$E_c = 0 \text{ poiché la velocità del corpo è nulla.}$$

3. Si calcola l'energia potenziale a 5 metri dal suolo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m} = 4,9 \cdot 10^3 \text{ J}$$

4. Si calcola l'energia cinetica a 5 metri dal suolo; per il principio di conservazione dell'energia si avrà:

$$E_c = E_{tot} - E_p = 1,96 \cdot 10^4 \text{ J} - 4,9 \cdot 10^3 \text{ J} = 1,47 \cdot 10^4 \text{ J}$$

2

Si riprende l'esempio in cui Alessandro lascia cadere un pallone di 200 g dalla finestra del suo appartamento, a 10 m di altezza rispetto al cortile, affinché venga preso da Valentino. Quest'ultimo lo prende e lo rilancia verso l'alto con una velocità di 15 m/s. Il pallone raggiungerà Alessandro? Per rispondere alla domanda si procede prima considerando la discesa (a) e, quindi, la risalita (b) del pallone.

a. Nel momento in cui Alessandro lascia cadere il pallone, l'energia cinetica è nulla, poiché il pallone è fermo. Dunque, l'energia totale sarà semplicemente l'energia potenziale ($m \cdot g \cdot h$):

$$0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} = 19,6 \text{ J}$$

Nel momento in cui il pallone arriva a Valentino, l'energia totale sarà data dalla sola energia cinetica, essendo l'energia potenziale ($h = 0$). Per il principio di conservazione dell'energia si ha che l'energia totale, nel momento in cui Alessandro lascia cadere il pallone, è uguale all'energia totale nel momento in cui il pallone stesso arriva a Valentino. Perché questo sia pos-



sibile, occorre che tutta l'energia potenziale si sia trasformata in energia cinetica grazie al lavoro della forza di gravità:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 19,6 \text{ J}$$

Da questa relazione si può ricavare la velocità con cui la palla arriva a Valentino. Invertendo si ha:

$$v^2 = \frac{2E_c}{m} \text{ da cui } v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6 \text{ J}}{0,2 \text{ kg}}} = 14 \text{ m/s}$$

- b. Nel momento in cui Valentino lancia il pallone verso l'alto, l'energia totale sarà data soltanto dall'energia cinetica, poiché l'energia potenziale è nulla ($h = 0$), quindi:

$$\frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 225 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 22,5 \text{ J}$$

Nel punto più alto raggiunto dal pallone, l'energia totale sarà data soltanto dall'energia potenziale. Sfruttando il principio di conservazione dell'energia, se $E_p = m \cdot g \cdot h$, allora:

$$h = \frac{E_{tot}}{m \cdot g} = \frac{22,5 \text{ J}}{0,2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 11,48 \text{ m}$$

Il pallone arriva a 11,48 m di altezza, e Alessandro riesce a prenderlo perché si trova a un'altezza inferiore ($h = 10 \text{ m}$).

4 L'impulso e la quantità di moto

I fisici hanno stabilito che se su un corpo si applica una forza per un certo intervallo di tempo si esercita un **impulso**. L'impulso è una **grandezza vettoriale**.

L'**impulso** è il prodotto della forza \vec{F} per l'intervallo brevissimo di tempo Δt in cui essa agisce.

$$\vec{i} = \vec{F} \cdot t$$

L'impulso, pertanto, è direttamente proporzionale alla forza \vec{F} e all'intervallo di tempo Δt . Di conseguenza, al raddoppiarsi, triplicarsi, ecc. di una di queste due grandezze, \vec{i} raddoppierà, triplicherà e così via.

Se si considera un corpo di massa m che si sposta con velocità \vec{v} , esso ha una **quantità di moto**.

Se il corpo è fermo, cioè $\vec{v} = 0$, la quantità di moto è nulla.

La **quantità di moto** di un corpo dotato di massa m e velocità \vec{v} , è uguale al prodotto della massa per la velocità:

$$\vec{q} = m \cdot \vec{v}$$

Anche la quantità di moto è una **grandezza vettoriale**.

Teorema dell'impulso

4

1

L'impulso e la quantità di moto sono grandezze legate tra di loro.

Per la seconda legge della dinamica, la forza è il prodotto della massa per l'accelerazione ($F = m \cdot a$). L'accelerazione esprime la variazione di velocità subita da quel corpo in un dato intervallo di tempo. Perciò, se un corpo di massa m all'istante iniziale t_0 ha una velocità v_0 e all'istante t_1 ha una velocità v_1 , si può dire che la sua accelerazione è:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_0}{t_1 - t_0} = \frac{\vec{v}}{t}$$

Sostituendo questo risultato nella formula della seconda legge della dinamica si ottiene:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\vec{v}}{t}$$

da cui si ricava facilmente:

$$\vec{F} \cdot t = m \cdot \vec{v}$$

Ricordando che $F \cdot \Delta t$ è la definizione di impulso, si ha:

$$\vec{i} = m \cdot \vec{v} = m \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = m \cdot \vec{v}_1 - m \cdot \vec{v}_0$$

dove

- $m \cdot v_0$ è la **quantità di moto iniziale** q_0 del corpo, quando all'istante t_0 la sua velocità è \vec{v}_0 ;
- $m \cdot v_1$ è la **quantità di moto finale** q_1 del corpo, quando all'istante t_1 la sua velocità è \vec{v}_1 .

Quindi, si può scrivere che

$$\vec{i} = \vec{q}_1 - \vec{q}_0$$

L'**impulso** di una forza è uguale alla variazione della quantità di moto subita dal corpo su cui esso è applicato.

Quest'ultima relazione indica che più grande è l'impulso esercitato sul corpo, maggiore sarà la variazione della quantità di moto subita dal corpo medesimo.

● Esempi esplicativi

1

Se si deve calcolare l'impulso della forza esercitata su un corpo di 3 kg che si muove a 5 m/s, sapendo che essa agisce per 1/10 di secondo e ne fa aumentare la velocità a 7 m/s, si procede trovando:

- la quantità di moto iniziale: $\vec{q}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 3 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s} = 15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$;
- la quantità di moto finale: $\vec{q}_1 = m \cdot \vec{v}_1 = 3 \text{ kg} \cdot 7 \text{ m/s} = 21 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

L'impulso della forza è dato da:

$$\vec{i} = \vec{F} \cdot t = \vec{q}_1 - \vec{q}_0$$

quindi:

$$F \cdot \frac{1}{10} = 21 - 15$$

$$F \cdot \frac{1}{10} = 6 \quad \text{cioè } F = 6 \cdot 10 = 60 \text{ N}$$

2

Se un motociclista, che sta viaggiando in autostrada alla velocità di 108 km/h, improvvisamente vede davanti a sé un ostacolo e, frenando, si ferma dopo 6 s, si può calcolare:

- 1) la quantità di moto della motocicletta prima che inizi la frenata, ipotizzando che il sistema motociclista-moto abbia una massa di 400 kg;
- 2) l'impulso necessario per fermare la moto.

Si procede per punti.

- 1) Si riconduce la velocità fornita dal testo alle unità di misura del SI, cioè i m/s.

$$108 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \frac{\text{m}}{\text{km}}}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}}} = \frac{108}{3,6} \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$$

La quantità di moto della motocicletta prima della frenata corrisponde a quella iniziale (q_0), quindi:

$$q_1 = 400 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m/s} = 12000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

La quantità di moto finale (q_1), dato che alla fine la velocità finale è nulla è:

$$q_1 = 400 \text{ kg} \cdot 0 \text{ m/s} = 0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- 2) Per il teorema dell'impulso, si ha che l'impulso è dato dalla differenza tra la quantità di moto finale e la quantità di moto iniziale:

$$q_1 - q_0 = 0 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 12.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = - 12.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Il segno meno indica che il vettore \vec{i} è orientato nella direzione opposta al moto.



Vero o falso

- La quantità di moto è una grandezza scalare **V F**
- La quantità di moto di un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme è costante **V F**
- Il lavoro è una grandezza scalare **V F**
- L'unità di misura del lavoro e dell'energia è la stessa, ed è il joule **V F**
- Il lavoro compiuto da una forza di 1 N che agisce su un punto materiale in direzione perpendicolare al suo spostamento di 1 m è nullo **V F**
- L'unità di misura della potenza nel SI è il Watt che vale 1 N/s **V F**
- Una gru che solleva una tonnellata ha sicuramente una potenza maggiore di una che solleva soltanto due quintali **V F**
- L'energia cinetica di un corpo di massa m in movimento è sempre una grandezza positiva **V F**
- L'energia cinetica è una grandezza vettoriale. **V F**
- Il teorema di conservazione dell'energia meccanica vale solo per moti rettilinei **V F**

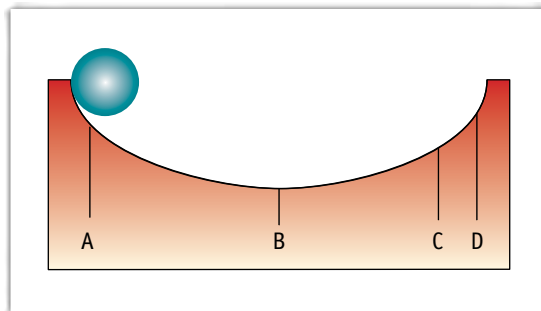
Risposta multipla

- Un camion e una bicicletta possono avere la stessa quantità di moto:
 - solo se sono spinti a mano
 - solo se la bici ha una velocità molto maggiore del camion
 - mai perché hanno masse troppo diverse
 - mai perché il camion viaggia più veloce della bicicletta



- Se due oggetti X e Y di massa $m_x = 20$ g e $m_y = 10$ g viaggiano rispettivamente a velocità $v_x = 10$ m/s e $v_y = 20$ m/s, la relazione corretta è tra le loro quantità di moto:
 - $q_x = q_y$
 - $q_x = 1/2 q_y$
 - $q_{ax} = 2 q_y$
 - $q_x = 10 q_y$

- Gino e Piero, che pesano entrambi 78 kg, salgono su una montagna: Gino segue i tornanti di un sentiero, Piero si arrampica in linea retta verso la cima. Quale dei due compie maggior lavoro?
 - Gino
 - Piero
 - Compiono lo stesso lavoro
 - Chi impiega meno tempo a salire
- Facendo riferimento alla figura, se si lascia andare la biglia nel punto A, senza spingerla e immaginando che non vi sia attrito, cosa ci si deve aspettare?



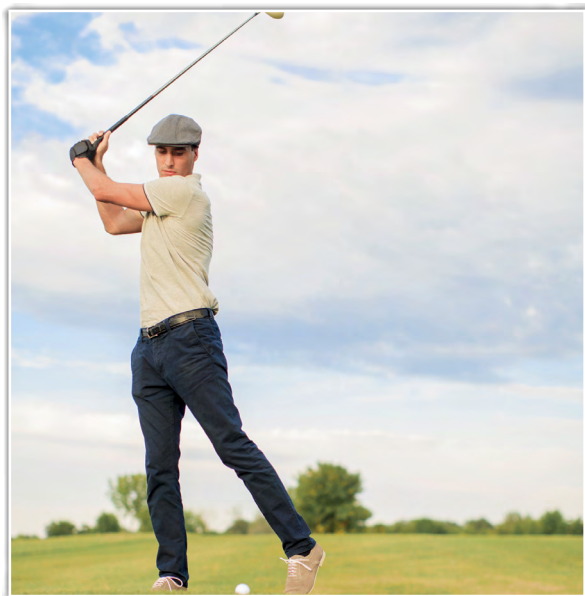
- La biglia arriva fino a B e poi si ferma
 - La biglia arriva fino a D e poi torna indietro
 - La biglia arriva fino a C e torna indietro
 - Poiché non c'è attrito la biglia continua oltre D ed esce dalla guida.
- L'energia potenziale che un corpo di massa m alla quota h possiede dipende:
 - esclusivamente da P (peso)
 - esclusivamente da m (massa)
 - esclusivamente da h (altezza)
 - sia da P (peso), sia da h (altezza)
 - Due corpi, uno di massa $m_1 = 1$ kg e l'altro di massa $m_2 = 2$ kg cadono dalla stessa altezza. Quanto vale il rapporto delle rispettive energie cinetiche E_{c1}/E_{c2} quando toccano il suolo?
 - 2
 - 0,5
 - 0,25
 - 1

Test di verifica

- Completa le seguenti affermazioni.
 - Per capire se una forza compie un _____ è necessario vedere se il corpo su cui essa agisce subisce uno _____ lungo la _____ della forza stessa.
 - La potenza permette di definire quanto è stato compiuto nell'unità di _____.
 - Il lavoro si misura in _____ il cui simbolo è _____, mentre invece la potenza si misura in _____ il cui simbolo è _____.
- Completa le seguenti affermazioni.
 - Si può affermare che un corpo possiede _____ quando è in grado di compiere un _____.
 - Il _____ afferma che l' _____ totale si conserva; quindi l'energia non può mai consumarsi, ma soltanto _____ in forme diverse.

- C L'energia di un corpo dipende dalla del corpo rispetto al suolo.
- D L'energia di un corpo dipende dal quadrato della del corpo stesso.
- 3 Calcola la quantità di moto di un proiettile di 2 N che si muove a 300 m/s. [61,2 kg · m/s]
- 4 Calcola l'impulso di una forza che fa variare la quantità di moto di un corpo da 15 a 21 kg (m/s). [6 kg · m/s]
- 5 Un proiettile di massa $m = 10$ g è sparato da un fucile che esercita una forza di 3000 N per 1 millisecondo. Calcola la velocità iniziale del proiettile quando esce dalla bocca del fucile. [300 m/s]
- 6 Una palla da golf ha una massa di 10 g. Calcola l'impulso di un colpo che imprime alla palla la velocità di 20 m/s. Se il bastone durante il colpo è stato in contatto con la palla per $8 \cdot 10^{-4}$ s e la forza applicata è stata costante, qual è stata l'intensità di tale forza?

$$[i = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}; F = 250 \text{ N}]$$



- 7 A un corpo inizialmente fermo poggiato sopra un piano orizzontale senza attrito si applica una forza costante per 3 s, la quale compie un lavoro uguale a 300 J. Se il corpo acquista una quantità di moto uguale a 30 kg·m/s, calcola la forza, lo spazio percorso, la massa del corpo e la velocità alla fine dei 3 s.
[$F = 10$ N; spazio = 30 m; $m = 1,5$ kg; $v = 20$ m/s]
- 8 Un vaso è spostato orizzontalmente per 120 m. Calcola il lavoro compiuto dalle due forze che agiscono sul corpo: F_1 di intensità 30 N diretta parallelamente allo spostamento e F_2 della stessa intensità, ma perpendicolare alla precedente.
[3600 J; 0 J]
- 9 Un operaio porta a 10 m di altezza un sacco avente massa di 25 kg, compiendo un lavoro di 12000 J. Calcola la massa dell'operaio.
[97,45 kg]

- 10 Una pompa preleva 3 m³ di acqua al minuto da un pozzo profondo 120 m. Qual è il lavoro che la pompa fa in un'ora?
[211,68 · 10⁶ J]
- 11 Un carrello di 2 kg che si muove su un piano orizzontale è spinto da una forza di 20 N lungo la direzione della forza stessa. Calcola lo spostamento del carrello.
[5 m]
- 12 Calcola il lavoro fatto da un operaio che trasporta un peso di 400 N su una scala lunga 6 m, appoggiata a un muro e inclinata di 30° rispetto a esso.
[2080 J]
- 13 Un corpo è spinto lungo un piano inclinato da una forza parallela al piano stesso e di intensità uguale a 200 N. Il corpo si muove di velocità costante uguale a 7,2 km/h per un intervallo di 2 s. Qual è il lavoro compiuto dalla forza?
[800 J]
- 14 Una pompa impiega 60 s per sollevare 100 l d'acqua (densità 1000 kg/m³) a un'altezza di 30 m. Quale lavoro compie? Qual è la sua potenza?
[2,94 · 10⁴ J; 490 W]
- 15 Un motore ha una potenza massima di 81 kW e muove un montacarichi che pesa 18000 N a una velocità media di 3 m/s. Qual è il massimo peso del carico posto sul montacarichi che può essere sollevato dal motore?
[9000 N]
- 16 Un corpo di massa 8 kg ha una velocità $v_1 = 5$ m/s. Su di esso si esercita una forza per cui la velocità del corpo diventa 7 m/s. Calcola il lavoro compiuto dalla forza.
[96 J]
- 17 Calcola l'energia cinetica di un'automobile da 1500 kg quando è lanciata a 100 km/h. [578704 J]
- 18 Un autocarro di massa 1600 kg si muove a 50 km/h. Calcola: a) la sua energia cinetica; b) l'energia cinetica che acquista se passa a 100 km/h.
[156,8 kJ; 627,2 kJ]
- 19 Calcola il lavoro compiuto dal motore di un'auto di massa 1150 kg per passare da 50 a 90 km/h.
[248280 J]
- 20 Un arciere, per scoccare una freccia, tende il proprio arco con una forza di 20 N, determinando uno spostamento del punto in cui la freccia poggia sulla corda di 70 cm. Qual è l'energia cinetica che la corda possiede appena scoccata?
[14 J]

