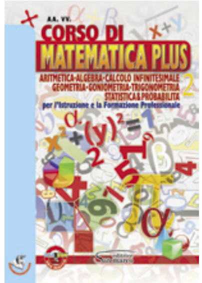
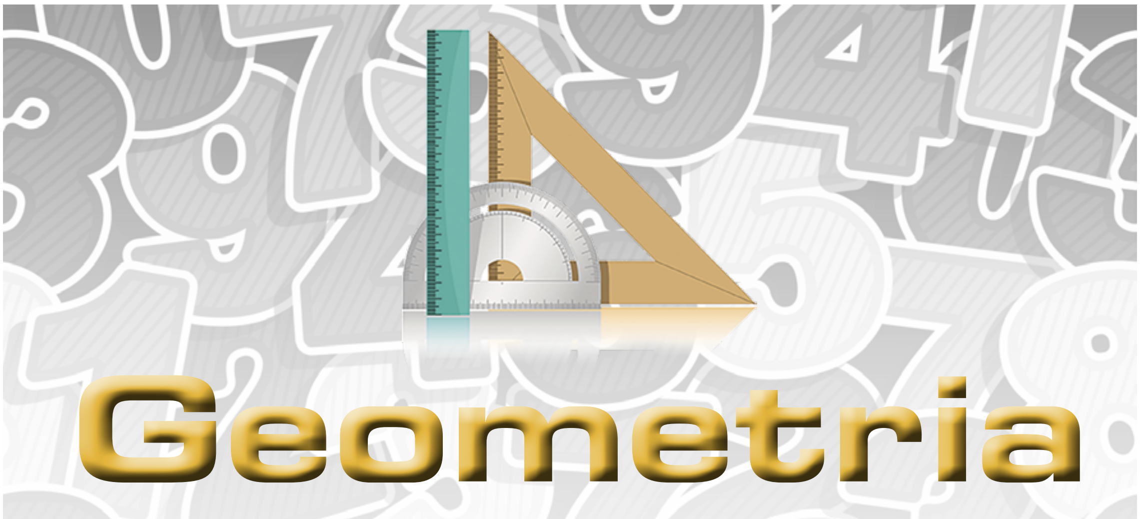
AA. VV.
Corso di Matematica PLUS





UD1 - MISURA DELLE GRANDEZZE

1.1 Definizione di grandezza

Si dice **grandezza** una **caratteristica** di un ente geometrico che sia confrontabile e additiva.
Grandezze che sono confrontabili vengono dette **omogenee**.

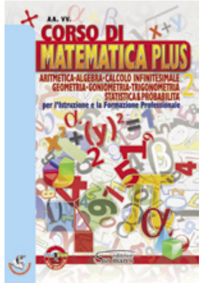
1.2 Misurare una grandezza

Misurare una grandezza vuol dire confrontare la grandezza data con un'altra a lei omogenea (cioè dello stesso tipo), scelta come campione di riferimento. L'operazione di confronto consiste nel verificare quante volte il campione di riferimento, detto **unità di misura**, è contenuto nella grandezza in esame.

1.3 Sistema Internazionale (SI) di misura

Il Sistema Internazionale di unità di misura (SI) indica le unità di misura da impiegare nelle misurazioni delle grandezze. Sono state scelte come **fondamentali** sette grandezze.
Accanto ad esse si trovano tutte le grandezze **derivate** (area, volume, velocità, ecc.).

Grandezza fisica	Simbolo della grandezza	Unità di misura	Simbolo dell'unità nel SI	Strumento di misura
lunghezza	l; d; x ...	metro	m	metro
massa	m	chilogrammo	kg	bilancia
tempo	t	secondo	s	cronometro
intensità di corrente elettrica	i	ampere	A	amperometro
temperatura	T	grado kelvin	K	termometro
quantità di sostanza	n	mole	mol	
intensità luminosa	I	candela	cd	fotometro



Una caratteristica delle unità di misura è di avere **sottomultipli** e **multipli**.

Prefissi del SI per sottomultipli e multipli					
Sottomultipli	**Prefisso**	**Simbolo**	**Multipli**	**Prefisso**	**Simbolo**
10^{-1}	deci	d	10	deca	da
10^{-2}	centi	c	10^{2}	etto	h
10^{-3}	milli	m	10^{3}	chilo	k
10^{-6}	micro	μ	10^{6}	mega	M
10^{-9}	nano	n	10^{9}	giga	G
10^{-12}	pico	p	10^{12}	tera	T
10^{-15}	femto	f	10^{15}	peta	P
10^{-18}	atto	a	10^{18}	exa	E

1.4 Il valore di una misura e le grandezze commensurabili e incommensurabili

Due **grandezze** omogenee si dicono **commensurabili** quando esiste una terza grandezza omogenea che è contenuta un numero intero di volte in ciascuna di esse.
Due **grandezze** omogenee si dicono **incommensurabili** quando non esiste nessuna grandezza omogenea che è contenuta un numero intero di volte in ciascuna di esse.

1.5 La misura degli angoli

A ogni angolo è possibile associare un numero reale non negativo compreso tra 0 e 360 che ne rappresenta la misura (**ampiezza**) rispetto a quella di un angolo convenzionalmente scelto come unità di misura, denominato **grado**.
Il grado è indicato come $\alpha°$.
Il grado ha **sottomultipli sessagesimali**: il primo (α') e il secondo (α'').

Esiste anche un altro sistema di misurazione degli angoli che assume il **radiante** come unità di misura. Si chiama **angolo radiante**, l'angolo al centro di una circonferenza che insiste su un arco di tale circonferenza avente la stessa lunghezza del raggio.

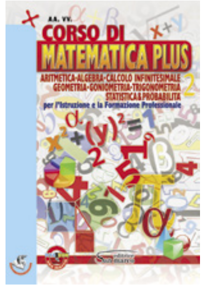
La relazione che lega gradi e radianti è:

$$\frac{\alpha°}{360°} = \frac{\alpha}{2\pi}$$

1.6 Misura delle superfici piane

L'estensione rappresenta la **superficie** delle figure piane delimitate da una linea chiusa (contorno). La superficie si può misurare e la sua misura è definita **area**.
L'area è misurata in **metri quadrati** (m^2), con relativi multipli e sottomultipli.
In agricoltura si utilizza anche l'**ettaro** (ha), equivalente a 10000 m^2.

AA. VV.
Corso di Matematica PLUS



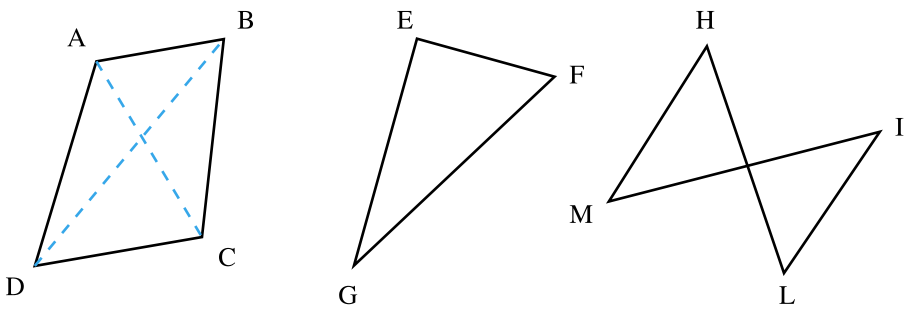
UD2 - IL PERIMETRO, L'AREA DEI POLIGONI E I TEOREMI DI PITAGORA E DI EUCLIDE

2.1 I poligoni

La figura formata da una linea spezzata chiusa e non intrecciata e dai punti a essa interni viene chiamata **poligono**.

Ciascun segmento della linea spezzata è un **lato** del poligono e gli estremi dei lati sono i **vertici**.

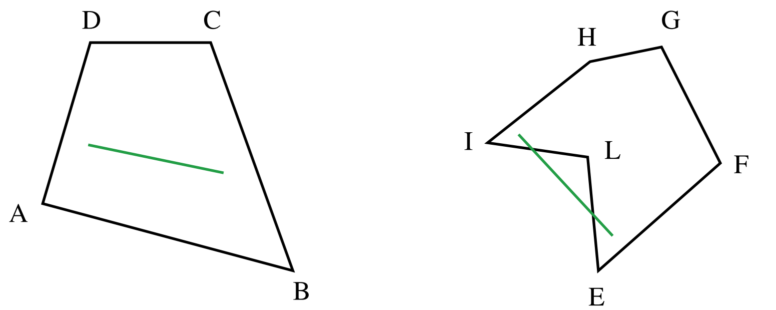
I segmenti che uniscono due vertici non consecutivi si dicono **diagonali**.



ABCD è un poligono   EFG è un poligono   HILM non è un poligono

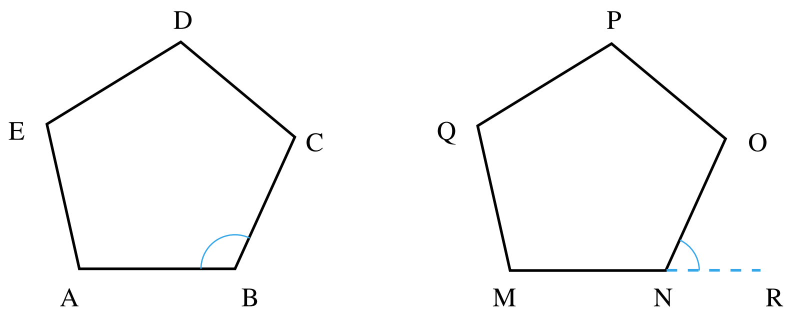
Un poligono con tre lati si dice **triangolo**, con quattro lati **quadrangolo** o **quadrilatero**, con cinque lati **pentagono** e così via.

CONCAVO E CONVESSO

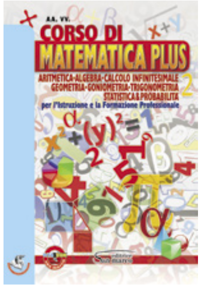


ABCD è un poligono convesso   EFGHIL è un poligono concavo

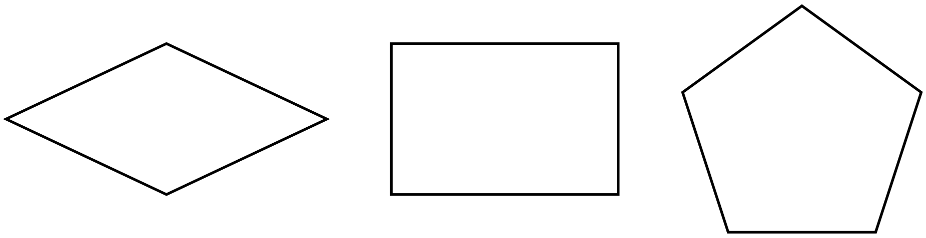
ANGOLO INTERNO ED ESTERNO



$A\hat{B}C$ angolo interno $O\hat{N}R$ angolo esterno



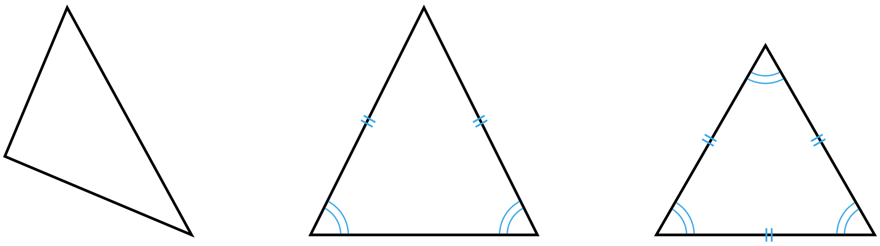
Un poligono si dice **equilatero** se ha tutti i lati congruenti, **equiangolo** se a essere congruenti sono tutti gli angoli interni, **regolare** se sono congruenti sia i lati sia gli angoli.



poligono equilatero poligono equiangolo poligono regolare

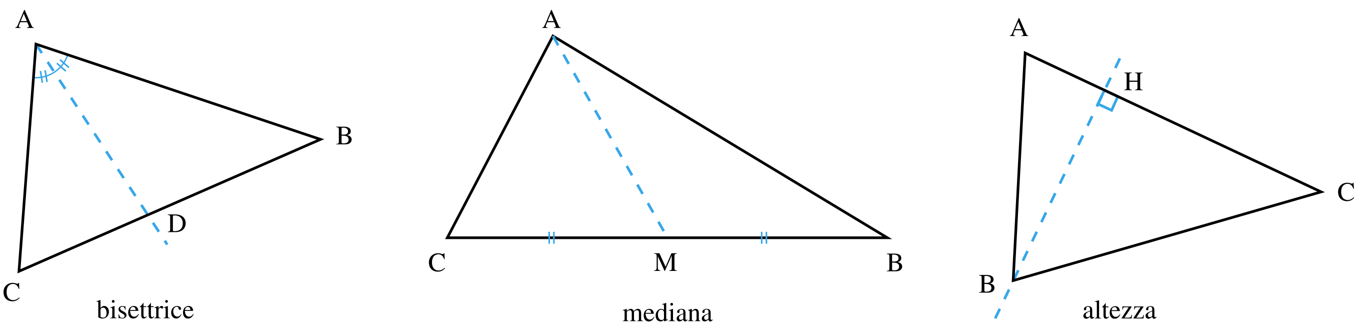
TRIANGOLI

Un triangolo viene detto **scaleno** se non ha lati e angoli congruenti, è detto **isoscele** se ha due lati e due angoli congruenti (il terzo lato viene chiamato base), è detto **equilatero** se ha tutti e tre i lati e gli angoli congruenti.



triangolo scaleno triangolo isoscele triangolo equilatero

Bisettrice: semiretta che divide l'angolo interno in due parti congruenti.
Mediana: segmento che unisce il punto medio di un lato con il vertice opposto.
Altezza: segmento perpendicolare tracciato dal vertice opposto al lato considerato.

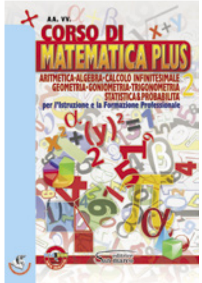


bisettrice mediana altezza

2.2 Calcolo del perimetro dei poligoni

A ogni poligono è possibile associare un segmento congruente alla somma dei suoi lati definito **perimetro**.

$2p_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$



2.3 Calcolo dell'area dei poligoni

Due figure piane che hanno la stessa estensione vengono chiamate **equivalenti** oppure **equiestese**.

Si dicono **superfici equicomposte** invece due superfici che si possono scomporre in parti a due a due congruenti.

2.4 Area di un rettangolo

L'area del rettangolo è uguale al prodotto delle misure di due lati consecutivi.

$A = b \cdot h$

da cui le formule inverse

$h = \frac{A}{b} \quad b = \frac{A}{h}$

2.5 Area di un quadrato

L'area del quadrato è uguale alla misura del suo lato elevato alla seconda.

$A = l^2$

$A = b \cdot h = l \cdot l = l^2$

da cui la formula inversa

$l = \sqrt{A}$

2.6 Area di un parallelogramma

L'area del parallelogramma è uguale al prodotto della misura della base per quella dell'altezza.

$A = b \cdot h$

da cui le formule inverse

$h = \frac{A}{b} \quad b = \frac{A}{h}$

2.7 Area di un triangolo

L'area del triangolo è uguale al semiprodotto della misura della base per quella dell'altezza.

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

da cui le formule inverse

$b = \frac{A \cdot 2}{h} \quad h = \frac{A \cdot 2}{b}$

2.8 Area di un rombo

L'area di un rombo è uguale al semiprodotto delle misure delle diagonali.

$A = \frac{D \cdot d}{2}$

da cui le formule inverse

$d = \frac{A \cdot 2}{D} \quad D = \frac{A \cdot 2}{d}$

2.9 Area di un trapezio

L'area di un trapezio è data dal semiprodotto della somma delle misure delle basi per la misura dell'altezza.

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

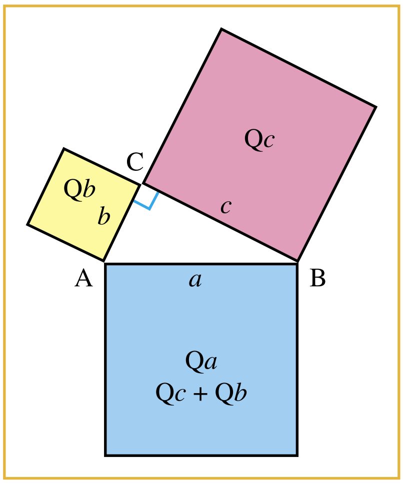
da cui le formule inverse

$$B+b = \frac{2A}{h} \qquad h = \frac{2A}{B+b}$$

2.10 I teoremi di Pitagora e di Euclide

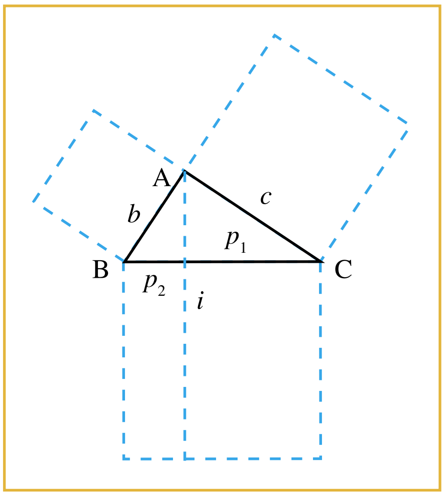
Teorema di Pitagora: in un triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

$a^2 = b^2 + c^2$



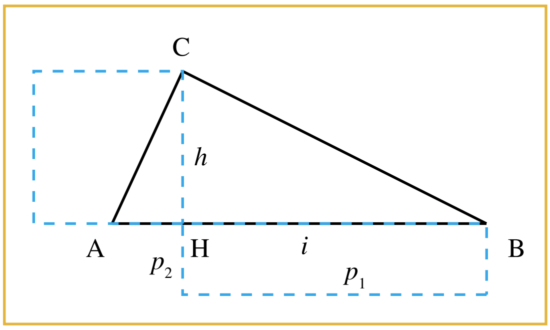
1° Teorema di Euclide: in un triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito su un cateto è uguale all'area del rettangolo avente per dimensioni l'ipotenusa (i) e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa.

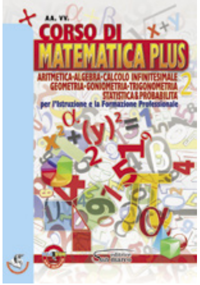
$b^2 = i \cdot p_2 \qquad c^2 = a \cdot p_1$



2° Teorema di Euclide: in un triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è uguale all'area del rettangolo avente per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa (p_1, p_2).

$h^2 = p_1 \cdot p_2$





2.11 Calcolo di perimetri e di aree di figure piane generiche

È possibile calcolare perimetri e aree di figure piane generiche, **scomponendo le figure** in poligoni "noti", di cui si sappia determinare perimetro e area. Si procede poi con somme e differenze.

2.12 Relazioni fra perimetri e aree di figure simili

Due figure simili hanno angoli corrispondenti congruenti e il **rapporto di similitudine** (k) fra i lati corrispondenti costante. Figure simili hanno inoltre perimetri e aree con rapporti di similitudine che derivano dal rapporto esistente fra le misure dei lati.

Il **rapporto fra i perimetri** è sempre k.

Il **rapporto fra le aree** è k^2.

UD3 - LA CIRCONFERENZA E IL CERCHIO

3.1 Gli elementi e la misura della circonferenza

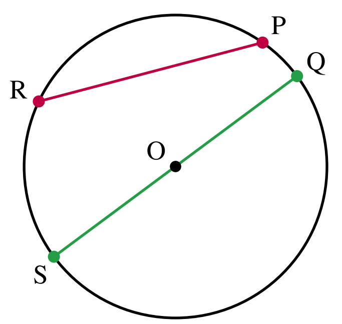
La **circonferenza** è il luogo geometrico dei punti del piano che hanno uguale distanza da un punto fisso detto **centro della circonferenza**.

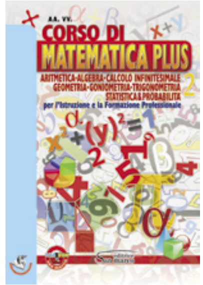
Ogni segmento che ha per estremi il centro e un punto della circonferenza viene detto **raggio** (r).

Ogni segmento che ha per estremi due punti della circonferenza è detto **corda** (in rosso).

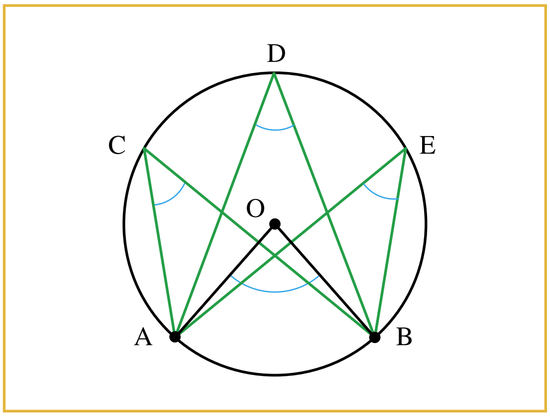
Una corda che passa per il centro della circonferenza è detta **diametro** e indicata con d (in verde).

Si chiama **arco** ciascuna delle due parti in cui una circonferenza viene divisa da due suoi punti (es. $\overset{\frown}{RP}$). Si definisce **semicirconferenza** ognuno degli archi i cui estremi sono estremi di un diametro (es. $\overset{\frown}{QS}$).





Si chiama **angolo al centro** di una circonferenza ogni angolo avente il vertice nel suo centro (es. $A\widehat{O}B$). Si chiama **angolo alla circonferenza** un angolo con il vertice su una circonferenza e i lati o entrambi secanti, o uno secante e l'altro tangente alla circonferenza (es. $A\widehat{C}B$, $A\widehat{D}B$, $A\widehat{E}B$).



LUNGHEZZA DELLA CIRCONFERENZA

$C = \pi d \quad \rightarrow \quad C = 2\pi r$

Generalmente si approssima il valore di $\pi \approx 3{,}14$.

LUNGHEZZA DI UN ARCO DI CIRCONFERENZA

$$l_{arco} : C = \alpha° : 360 \quad \rightarrow \quad l_{arco} = \frac{\alpha \cdot C}{360}$$

con l_{arco} = lunghezza dell'arco di circonferenza e $\alpha°$ = ampiezza dell'angolo al centro corrispondente.

3.2 Gli elementi del cerchio e il calcolo dell'area

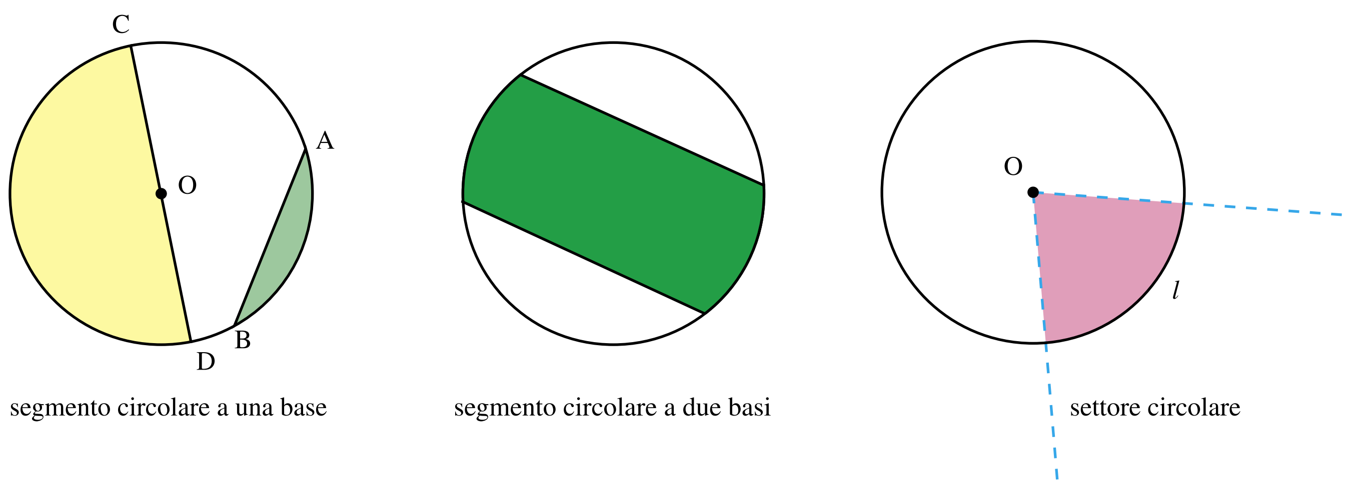
Il **cerchio** è la parte di piano delimitata dalla circonferenza.

Si chiama **segmento circolare a una base** ciascuna delle due parti del cerchio delimitata da una corda e dall'arco che la sottende. La base del segmento circolare è proprio la corda.

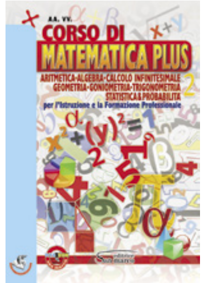
Il **semicerchio** è un segmento circolare avente come base un diametro.

Si chiama **segmento circolare a due basi**, invece, la parte di cerchio compresa fra due corde parallele.

Si chiama **settore circolare** (C) l'insieme intersezione fra un cerchio e un qualsiasi suo angolo al centro.



segmento circolare a una base — segmento circolare a due basi — settore circolare



AREA DEL CERCHIO E DELLE SUE PARTI

Area del cerchio: $A = \pi r^2$

Nelle applicazioni è di uso diffuso: $A = 3{,}14\ r^2$

Settore circolare: $A_{settore} : (\pi \cdot r^2) = \theta° : 360° \;\rightarrow\; A_{settore} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \theta}{360}$

con θ = l'ampiezza dell'angolo al centro corrispondente in gradi.

Segmento circolare: scomporre le superfici da misurare in settore e triangoli.

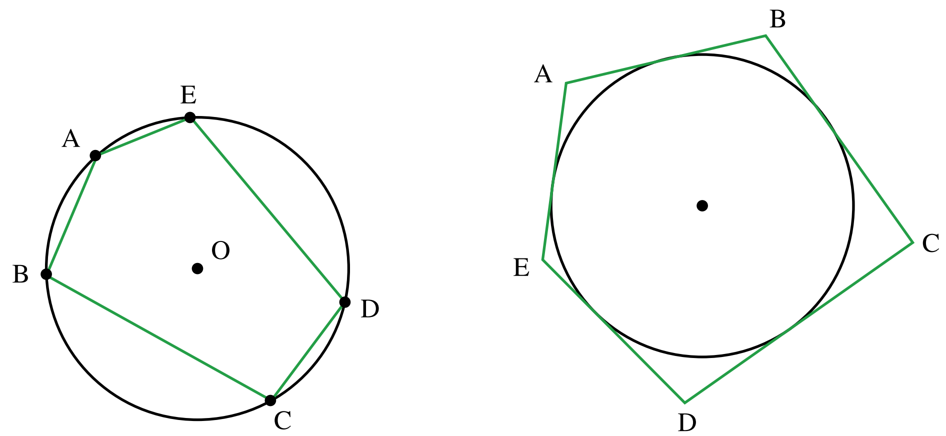
Corona circolare: differenza tra le aree dei due cerchi di cui è composta.

3.4 La circonferenza e i poligoni

Un poligono si dice **inscritto** in una circonferenza quando tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza stessa.

Un poligono si dice **circoscritto** a una circonferenza quando tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza stessa.

Ogni poligono regolare è sia inscrivibile in una circonferenza, sia circoscrivibile a una circonferenza.



poligono inscritto in una circonferenza — poligono circoscritto a una circonferenza

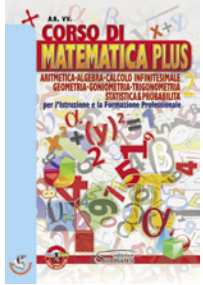
In un poligono regolare, il raggio della circonferenza inscritta prende il nome di **apotema** del poligono, mentre il raggio della circonferenza circoscritta prende il nome di **raggio** del poligono.

Le due circonferenze hanno lo stesso centro detto **circocentro** (centro del poligono).

3.5 Calcolo dell'area dei poligoni circoscritti e inscritti

Area di un **poligono circoscritto**: $A = \dfrac{2p \cdot r}{2} = p \cdot r$

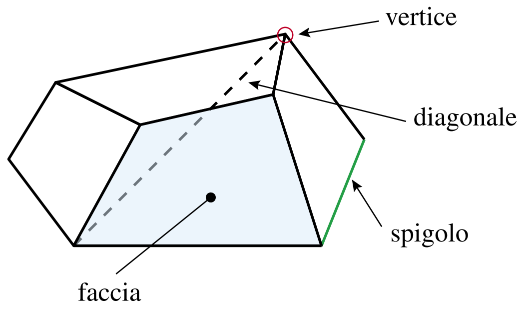
Area di un **poligono regolare inscritto**: $A = p \cdot a = p \cdot (\text{lato}) \cdot (\text{numero fisso})$



UD4 - L'AREA E IL VOLUME DEI SOLIDI

4.1 Le figure solide

Le figure solide possono essere classificate in poliedri e solidi di rotazione.
I **poliedri** sono solidi limitati da poligoni situati in piani diversi e aventi, a due a due, un lato comune. Sono poliedri il prisma, il parallelepipedo, la piramide e i solidi platonici: tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro e icosaedro.



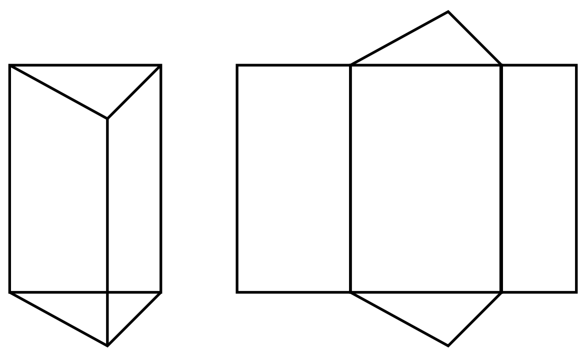
I **solidi di rotazione** sono solidi ottenuti dalla rotazione di una figura piana intorno a una retta chiamata asse di rotazione. Sono solidi di rotazione i cilindri retti, i coni retti e le sfere.

4.2 Misurare la superficie di un solido

Per calcolare l'**area** di un solido si procede al suo **sviluppo**: si riportano su una superficie piana le basi e le facce laterali che lo compongono.
Superficie totale (A_{tot}) = Area della superficie di base (A_{base}) + Area della superficie laterale (A_{lat})

PRISMA RETTO

La **superficie laterale** è equivalente a un rettangolo che ha per base il perimetro di base ($2p$) e per altezza (h) l'altezza del solido.
$A_{lat} = 2p \cdot h$
La **superficie totale** si ottiene sommando a quella laterale le aree delle due basi.
$A_{tot} = 2p \cdot h + 2A_{base} = A_{lat} + 2A_{base}$

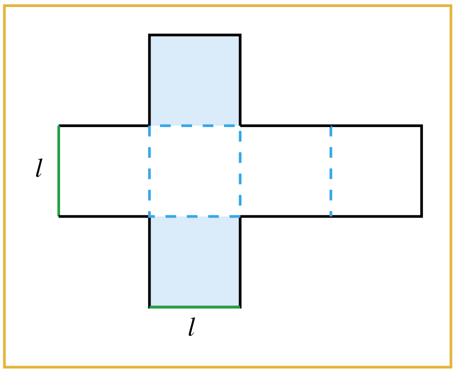


CUBO

Lo sviluppo della superficie di un cubo è costituito da sei quadrati che hanno per lato lo spigolo del cubo.

$A_{lat} = 4l^2$

$A_{tot} = 6l^2$

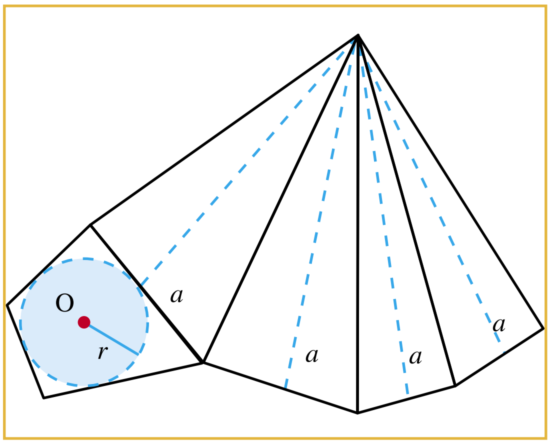


PIRAMIDE RETTA

Lo sviluppo della superficie laterale di una piramide retta è equivalente a un triangolo che ha per base il perimetro della base e per altezza l'apotema della piramide. Ad essa si aggiunge l'area del poligono base.

$$A_{lat} = \frac{2p \cdot a}{2} = p \cdot a$$

$$A_{tot} = p \cdot a + A_{base}$$

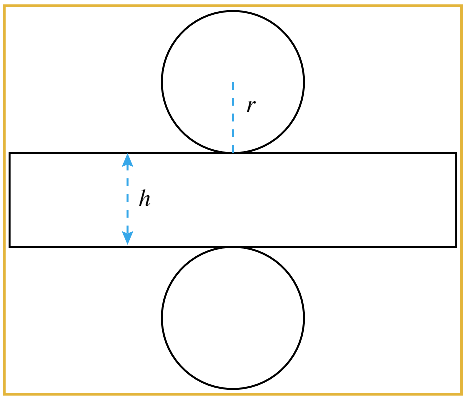


CILINDRO RETTO

Lo sviluppo di un cilindro retto è composto da un rettangolo e da due cerchi, detti basi del cilindro.

$A_{lat} = 2\pi \cdot r \cdot h$

$A_{tot} = 2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2$

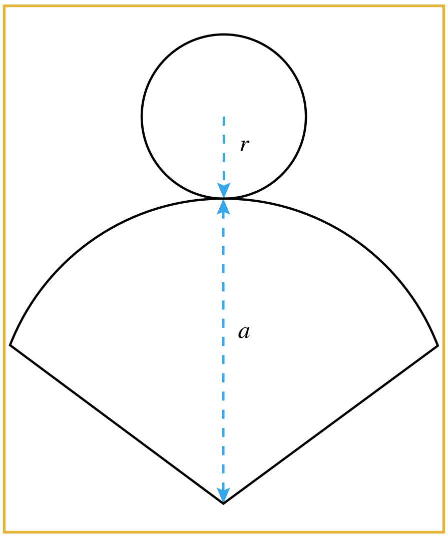


CONO RETTO

I coni retti hanno uno sviluppo piano composto da un settore circolare, avente per raggio l'apotema del cono e delimitato da un arco pari alla circonferenza di base, e da un cerchio detto base del cono.

$$A_{lat} = \frac{2\pi \cdot r \cdot a}{2} = \pi \cdot r \cdot a$$

$$A_{tot} = \pi \cdot r \cdot a + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r \cdot (a + r)$$



SFERA

La superficie sferica è equivalente a quattro volte il suo cerchio massimo.
$A = 4\pi r^2$

4.3 Calcolare il volume di un solido

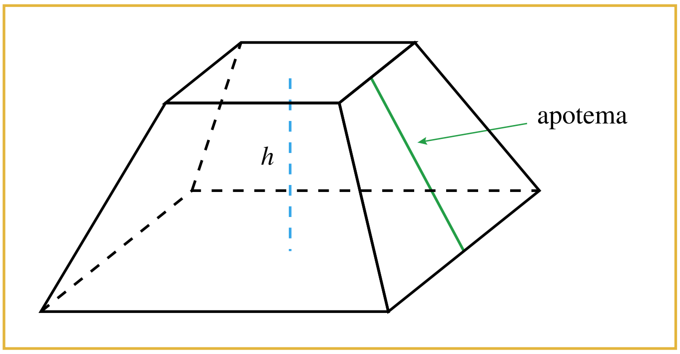
Nello spazio due figure che hanno la **stessa estensione** sono **equivalenti**, cioè hanno lo stesso volume. Nel SI l'unita di misura del volume è il **metro cubo** (m^3), con relativi multipli e sottomultipli.

Parallelepipedo rettangolo: $V = a \cdot b \cdot h$
Prisma: $V = S_b \cdot h$ (S_b = area di base)
Piramide: $V = \frac{S_b \cdot h}{3}$
Cilindro: $V = \pi r^2 \cdot h$
Cono: $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$
Sfera: $V = 2\left(\pi r^3 - \frac{1}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{3}\pi r^3$

4.5 Volumi di solidi generici

TRONCO DI PIRAMIDE

Nel tronco di piramide le facce laterali sono trapezi congruenti, la cui altezza viene detta apotema del tronco.

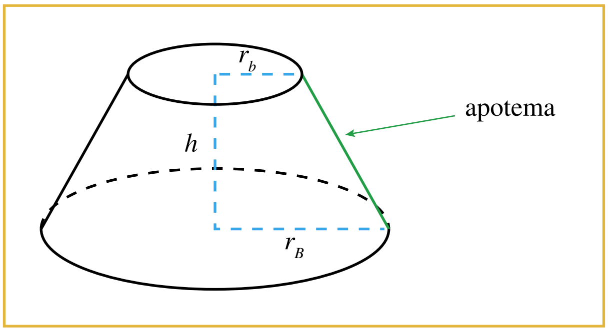


$A_{lat} = n \cdot \frac{l_B + l_b}{2} \cdot a$ con l_B e l_b le basi del tronco, a (apotema) l'altezza del tronco e n numero di lati del poligono base.

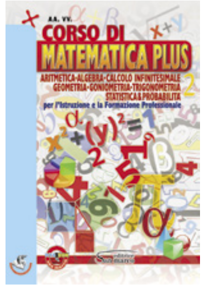
$A_{tot} = n \cdot \frac{l_B + l_b}{2} \cdot a + A_B + A_b$

$V = \frac{1}{3} h \cdot \left(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}\right)$ con h l'altezza del tronco e A_B e A_b le aree delle due basi.

TRONCO DI CONO RETTO



$A_{lat} = \pi\left(r_B + r_b\right) \cdot a$
$A_{tot} = \pi\left(r_B + r_b\right) \cdot a + \pi\ r_B^2 + \pi\ r_b^2$
$V = \frac{1}{3}\pi\ h \cdot \left(r_B^2 + r_b^2 + r_B \cdot r_b\right)$



UD5 - LA GONIOMETRIA E LA TRIGONOMETRIA

5.1 Introduzione alla goniometria

La goniometria si occupa della misura degli angoli e delle funzioni che dipendono da essa: le **funzioni goniometriche.**

Le funzioni goniometriche si studiano attraverso la **circonferenza goniometrica**.

5.2 La circonferenza goniometrica

La circonferenza goniometrica è una circonferenza posta nel piano cartesiano il cui centro coincide con l'origine degli assi e il cui raggio è $r = 1$.

La sua equazione è $x^2 + y^2 = 1$.

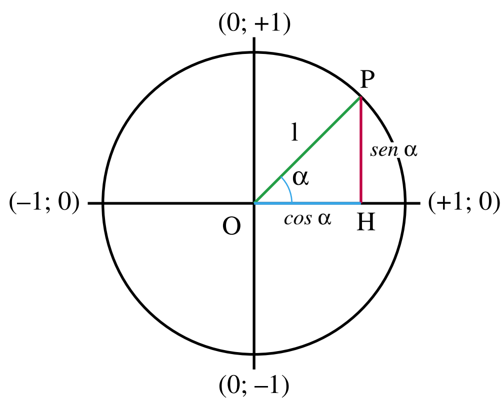
Nel piano contenente la circonferenza goniometrica si disegna un angolo α.

L'angolo α ha il vertice nell'origine degli assi, un lato (raggio origine) coincidente con il semiasse positivo delle ascisse e il secondo lato (raggio vettore) intersecante la circonferenza in un punto P.

5.3 Seno e coseno di un angolo

Si dice **coseno** di un angolo α e si indica con *cos* α l'ascissa del punto P.

Si dice **seno** di un angolo α e si indica con *sen* α l'ordinata del punto P.



Seno e coseno di un angolo hanno valori compresi fra –1 e +1. In particolare:

$\alpha = 0°$ → $\cos\alpha = 1$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha = 0$
$0° < \alpha < 90°$ → $\cos\alpha > 1$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha > 0$
$\alpha = 90°$ → $\cos\alpha = 0$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha = 1$
$90° < \alpha < 180°$ → $\cos\alpha < 0$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha > 0$
$\alpha = 180°$ → $\cos\alpha = -1$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha = 0$
$180° < \alpha < 270°$ → $\cos\alpha < 0$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha < 0$
$\alpha = 270°$ → $\cos\alpha = 0$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha = -1$
$270° < \alpha < 360°$ → $\cos\alpha > 0$ $\quad$ $\text{sen}\,\alpha < 0$

Le funzioni seno e coseno sono **periodiche** di 360°, cioè quando α raggiunge e supera i 360° i valori di *sen* α e di *cos* α vengono calcolati ripartendo dall'angolo di 0°.

1ª relazione fondamentale della goniometria:

$\cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = 1$

$\cos a = \pm\sqrt{1 - \text{sen}^2\alpha}$

$\text{sen}\, a = \pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

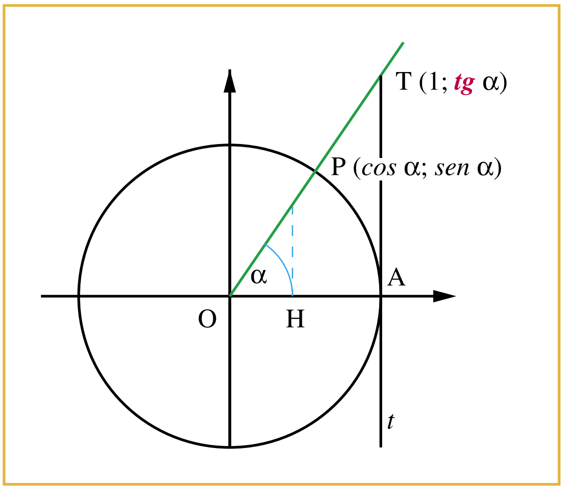
5.4 Tangente di un angolo in una circonferenza goniometrica

Si dice **tangente** di un angolo α (α ≠ 90°, α ≠ 270°) e si indica con *tg* α l'ordinata del punto T.

La tangente di un angolo può assumere tutti i valori reali. Può anche non essere definita.

In particolare:

α = 0° → tg α = 0
0° < α < 90° → tg α > 0
α = 90° → tg α non esiste
90° < α < 180° → tg α < 0
α = 180° → tg α = 0
180° < α < 270° → tg α > 0
α = 270° → tg α non esiste
270° < α < 360° → tg α < 0



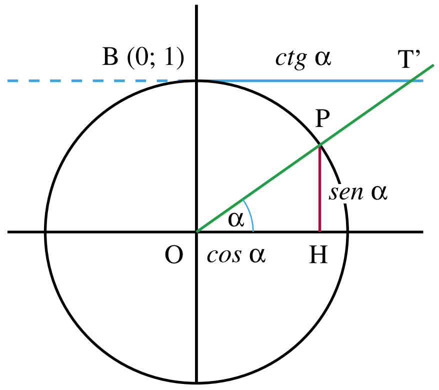
2ª relazione fondamentale della goniometria:

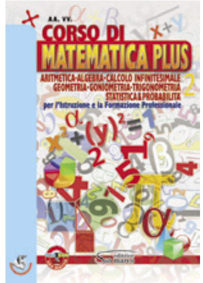
$tg\alpha : 1 = \text{sen}\ \alpha : \cos\ \alpha$

$tg\alpha = \dfrac{\text{sen}\ \alpha}{\cos\ \alpha}$

5.5 Cotangente di un angolo in una circonferenza goniometrica

Si dice **cotangente** di un angolo α (α ≠ 0°, α ≠ 180°, α ≠ 360°) e si indica con *ctg* α l'ascissa del punto T'.





La cotangente di un angolo può assumere tutti i valori reali. Può anche non essere definita.
In particolare:

$\alpha = 0°$ → ctg α non esiste
$0° < \alpha < 90°$ → ctg α > 0
$\alpha = 90°$ → ctg α = 0
$90° < \alpha < 180°$ → ctg α < 0
$\alpha = 180°$ → ctg α non esiste
$180° < \alpha < 270°$ → ctg α > 0
$\alpha = 270°$ → tg α = 0
$270° < \alpha < 360°$ → ctg α < 0

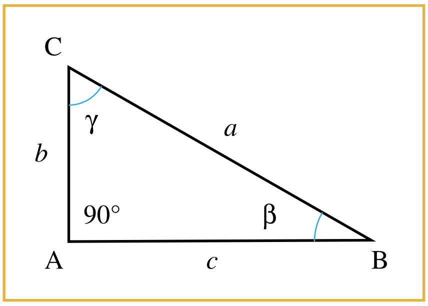
3ª relazione fondamentale della goniometria:

$$ctg\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha} = \frac{\cos \alpha}{sen\ \alpha}$$

5.6 Risolvere problemi con le relazioni fondamentali goniometriche

Le relazioni fondamentali servono per determinare tutte le funzioni goniometriche di un angolo, ma anche per semplificare eventuali espressioni trasformandole in modo che contengano un minor numero di funzioni goniometriche.

5.8 La trigonometria e i teoremi sui triangoli rettangoli



1° Teorema:

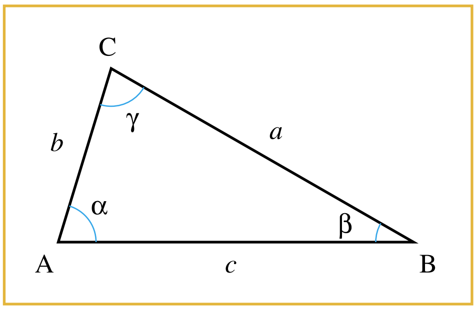
$b = a \cdot sen\ \beta = a \cdot \cos \gamma \qquad c = a \cdot sen\ \gamma = a \cdot \cos \beta$

2° Teorema:

$b = c \cdot tg\ \beta = c \cdot ctg\ \gamma \qquad c = b \cdot tg\ \gamma = b \cdot ctg\ \beta$

Area di un triangolo qualsiasi: $A = \frac{1}{2} bc \cdot sen\ \alpha$

5.9 La trigonometria e i teoremi sui triangoli qualsiasi

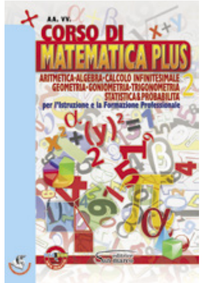


Teorema dei seni (di Eulero):

$$\frac{a}{sen\ \alpha} = \frac{b}{sen\ \beta} = \frac{c}{sen\ \gamma} = 2R$$

Teorema del coseno (di Carnot):

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$



5.10 I numeri fissi e l'apotema dei poligoni regolari

Gli apotemi dei poligoni regolari vengono calcolati moltiplicando la misura del lato del poligono regolare per un numero fisso. Tale numero rappresenta la metà della tangente di un semiangolo interno del poligono regolare.

5.11 Valori delle funzioni goniometriche

Angolo	0°	30°	45°	60°	90°
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	non esiste
Cotangente	non esiste	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0