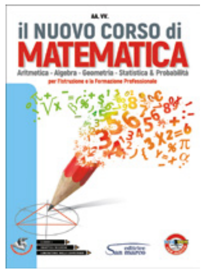
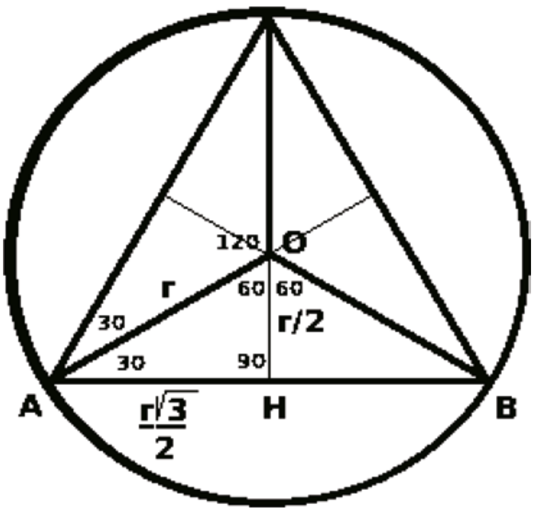
AA. VV.
Il nuovo corso di matematica



Formule relative al triangolo equilatero inscritto in una circonferenza e circoscritto a una circonferenza

Triangolo equilatero inscritto in una circonferenza

È possibile risolvere il problema conoscendo solamente il valore del raggio del cerchio circoscritto.



Osservando il disegno se si congiungono i vertici del triangolo equilatero con il centro del cerchio, si ottengono 3 triangoli isosceli con l'angolo al vertice di 120°; disegnando poi le altezze, cioè le bisettrici o mediane, dal centro del cerchio, si ottengono 6 triangoli tra loro uguali.

Si prenda in considerazione il triangolo AHO:

AO = *r* perché è il raggio del cerchio circoscritto

Angolo $A\hat{O}H$ = 60° perché è la metà dell'angolo di 120° in quanto OH è la bisettrice dell'angolo $A\hat{O}B$

Angolo $A\hat{H}O$ = 90° perché OH è l'altezza del triangolo AOB

Si ottiene, quindi, il triangolo AOH con angoli di 30°, 60° e 90°. Si conosce il valore di AO perché corrisponde al raggio, quindi avremo:

$$\mathrm{AH} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

Se, invece, si conosce il valore del lato *l* del triangolo, è possibile trovare il valore del raggio *r* del cerchio circoscritto:

AB = *l*

AH = 1/2

$$\mathrm{AH} = \frac{\mathrm{AO}\sqrt{3}}{2}$$

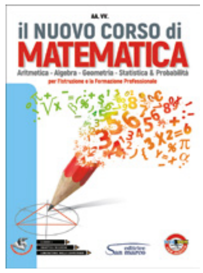
$$2\mathrm{AH} = \mathrm{AO}\sqrt{3}$$

$$\mathrm{AO}\sqrt{3} = 2\mathrm{AH}$$

$$\mathrm{AO} = \frac{2\mathrm{AH}}{\sqrt{3}}$$

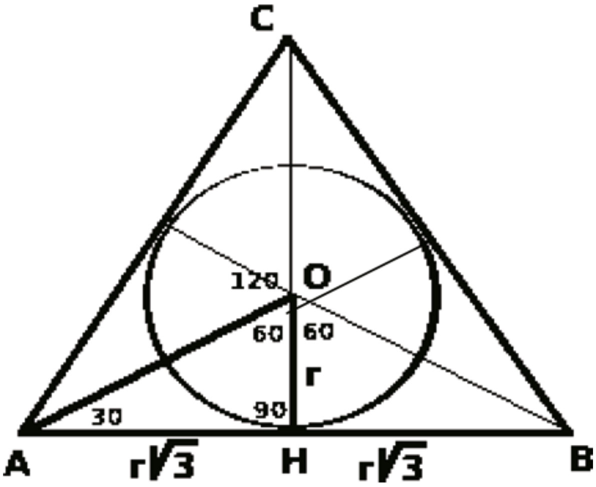
razionalizzando si ottiene:

$$\mathrm{AO} = \frac{2\mathrm{AH}\sqrt{3}}{3}, \text{ quindi } \mathrm{AO} = \frac{l\sqrt{3}}{3}$$



Triangolo equilatero circoscritto a una circonferenza

Anche in questo caso è possibile risolvere il problema conoscendo solo il valore del raggio.



Come si può osservare nel disegno sono state tracciate dal centro del cerchio le perpendicolari ai lati del triangolo equilatero e, congiungendo i vertici del triangolo con il centro, si ottengono 3 triangoli. Le altezze di tali triangoli sono anche le mediane e quindi i 3 triangoli sono isosceli con un angolo al vertice di 120°; se si dividono a metà, si ottengono 6 triangoli tra loro congruenti. Si consideri ora il triangolo AHO:

OH = r perché corrisponde al raggio del cerchio inscritto

Angolo $A\hat{O}H$ = 60° perché è la metà dell'angolo di 120° essendo l'altezza OH anche la bisettrice dell'angolo $A\hat{O}B$

Angolo $A\hat{H}O$ = 90° perché OH è l'altezza del triangolo AOB

per cui il triangolo AOH è un triangolo con angoli di 30°, 60° e 90°, quindi, conoscendo il valore del lato OH = r si ottiene:

AO = $2r$

$$AH = \frac{AO\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \frac{2r\sqrt{3}}{2}$$

semplificando si ottiene:

$$AH = r\sqrt{3}$$

$$AB = l = 2r\sqrt{3}$$

È importante osservare che l'altezza CH del triangolo equilatero equivale a $3r$, infatti:

CH = CO + OH = $2r + r = 3r$

Se si conosce il valore del lato l del triangolo è possibile trovare il valore del raggio r del cerchio inscritto, utilizzando la formula inversa:

$l = 2r\sqrt{3}$ per ricavare r

$2r\sqrt{3} = l$

$r = \dfrac{l}{2\sqrt{3}}$ razionalizzando $r = \dfrac{l\sqrt{3}}{6}$