

UdA 4 - Operare con le frazioni algebriche

1 - Le frazioni algebriche

Si dice **frazione algebrica** ogni espressione $\frac{x}{y}$ in cui il numeratore (x) e il denominatore (y) sono monomi o polinomi:

$$\frac{7c}{ab}; \frac{5x^2 - 3x + 7}{2xy}; \frac{5x^2 - 3}{x - 1}$$

1.1 - Frazioni equivalenti

Due **frazioni algebriche** sono **equivalenti** se assumono medesimo valore numerico per qualsiasi valore attribuito alle lettere, tranne quelli che annullano il denominatore.

Se si considerano due frazioni algebriche come:

$$\frac{x}{x+1} \quad \text{e} \quad \frac{x \cdot (x-1)}{x^2 - 1}$$

si può notare che sono equivalenti.

Attribuendo ad x un qualsiasi valore numerico (esclusi i numeri $+1$ e -1 che annullano i denominatori) si ottiene lo stesso risultato.

Per esempio, se nelle due frazioni si sostituisce la x con il valore $x = 5$, si ottiene:

$$\frac{5}{5+1} = \frac{5}{6} \quad \frac{5(5-1)}{5^2 - 1} = \frac{25-5}{25-1} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

Due **frazioni algebriche** sono **equivalenti** se sono uguali i loro prodotti a croce.

Se si considerano le due frazioni algebriche:

$$\frac{x}{x+1} \quad \text{e} \quad \frac{x \cdot (x-1)}{x^2 - 1}$$

si nota che i loro prodotti a croce sono uguali:

$$\frac{x}{x+1} \quad \swarrow \searrow \quad \frac{x \cdot (x-1)}{x^2 - 1}$$

$$x \cdot (x^2 - 1) = x^3 - x$$

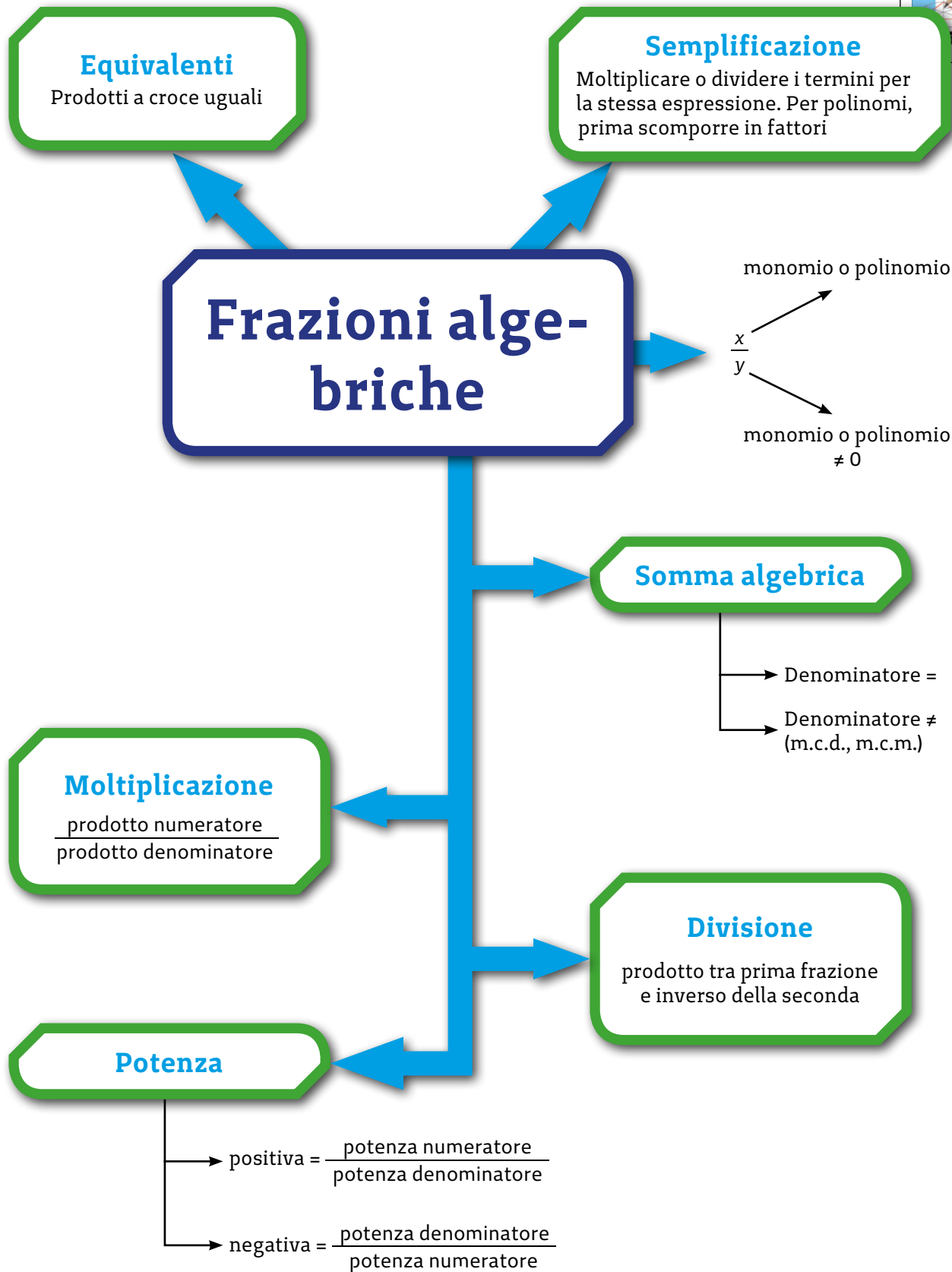
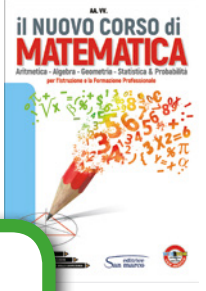
$$x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) = x \cdot (x^2 - 1) = x^3 - x$$

Le due frazioni algebriche sono, quindi, equivalenti.

2 - Semplificare le frazioni algebriche

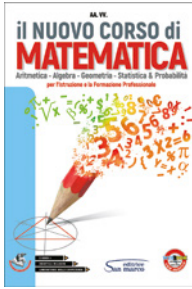
Per la **proprietà invariantiva** moltiplicando o dividendo i termini di una frazione algebrica per una stessa espressione ($\neq 0$ diversa da zero) si ottiene una frazione equivalente alla data:

$$\frac{a}{b+c} = \frac{a \cdot (b-3)}{(b+c) \cdot (b-3)} \quad \text{con } b \text{ diverso da } 3$$



Esercizi

ultra light



1 Vero o falso

- a Una frazione algebrica contiene solo numeri al denominatore V F
- b Trattando di frazioni algebriche, è necessario prestare attenzione al valore del numeratore affinché non si annulli V F
- c Due frazioni algebriche sono equivalenti solo quando sono composte dagli stessi polinomi V F
- d Per semplificare le frazioni algebriche, si ricorre alla proprietà invariantiva V F
- e È possibile eseguire somme tra frazioni algebriche, solo quando queste hanno numeratori uguali V F
- f Il prodotto tra frazioni algebriche segue le stesse modalità del prodotto tra frazioni numeriche V F
- g Il quoziente tra frazioni algebriche si ottiene trasformando la divisione in prodotto V F
- h L'elevamento a potenza di frazioni algebriche è possibile solo in presenza di potenze positive V F
- i L'elevamento a potenza con esponente negativo si risolve invertendo numeratore e denominatore e trasformando l'esponente in positivo V F
- j Le espressioni con le frazioni algebriche seguono le stesse regole delle espressioni aritmetiche V F

2 Semplifica le seguenti frazioni:

$$\frac{8x^5y^4w^2}{2x^3y^2}, \frac{3ab}{12a^4b^2}, \frac{7a^3b^5x^2}{3a^4b^3x} \quad \left[4x^2y^2w^2; \frac{1}{4a^2b}; \frac{7b^2x}{3a} \right]$$

3 Esegui l'addizione tra le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{7-x}{x+2} + \frac{4-2x}{x+2} \quad \left[\frac{-3x+11}{x+2} \right]$$

4 Esegui l'addizione tra le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{2x+3}{x+2} + \frac{5-x}{x+2} \quad \left[\frac{8+x}{x+2} \right]$$

5 Esegui l'addizione tra le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{7+2x}{x^2} + \frac{4-2x}{x^2} \quad \left[\frac{11}{x^2} \right]$$

6 Esegui l'addizione tra le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{5-2x}{2x+1} + \frac{2x-5}{2x+1} \quad [0]$$

7 Esegui la sottrazione tra le seguenti frazioni algebriche:

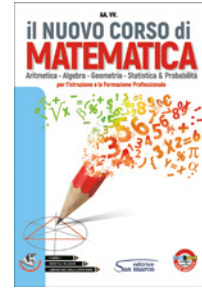
$$\frac{7-2x}{2x+3} - \frac{7-3x}{2x+3} \quad \left[\frac{x}{2x+3} \right]$$

8 Esegui la moltiplicazione tra le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{12x^2y^3w}{ab^2} \cdot \frac{3a^2b^2}{6xyw^3} \quad \left[\frac{6xy^2a}{w^2} \right]$$

9 Eleva a potenza la seguente frazione algebrica:

$$\left(\frac{x}{x-1} \right)^2 \quad \left[\frac{x^2}{x^2-2x+1} \right]$$



10 Eleva a potenza la seguente frazione algebrica:

$$\left(\frac{x+2}{3x} \right)^2$$

$$\left[\frac{x^2 + 4x + 4}{9x^2} \right]$$

Esegui le seguenti espressioni con le frazioni algebriche

11 $\frac{x-4}{2x} + 3 \cdot \left(\frac{x-1}{6x} + \frac{x+1}{3x} \right)$

$$\left[\frac{4x-3}{2x} \right]$$

12 $\frac{x+2}{3x} + \left(\frac{2x+3}{4} + \frac{x-5}{x} \right) \cdot x$

$$\left[\frac{6x^3 + 21x^2 - 56x + 8}{12x} \right]$$

13 $\frac{3x}{x+1} + 2 \cdot \left(4 \cdot \frac{2x+3}{4x} + 2 \cdot \frac{x-1}{4x} \right)$

$$\left[\frac{8x^2 + 10x + 5}{x^2 + x} \right]$$

14 $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} \right)$

$$\left[\frac{x^3 + 5x^2 + 3x + 3}{(x-1)(x+1)} \right]$$