

UdA 5 - Le equazioni

2 - Identità

Le uguaglianze verificate per qualsiasi valore attribuito alle lettere che in esse figurano sono definite **identità**.

Se si considera, per esempio, l'uguaglianza:

$$(3a + b)^2 = 9a^2 + 6ab + b^2$$

e si sostituiscono alle variabili i valori:

$$a = 2 \text{ e } b = -3$$

si ottengono:

$$1^\circ \text{ membro: } (3 \cdot 2 - 3)^2 = (6 - 3)^2 = 3^2 = 9$$

$$2^\circ \text{ membro: } 9 \cdot (2)^2 + 6 \cdot 2 \cdot (-3) + (-3)^2 = 9 \cdot 4 - 36 + 9 = 36 - 36 + 9 = +9$$

Se ad a e b si attribuiscono valori diversi, l'uguaglianza è sempre verificata.

3 - Equazioni

Le uguaglianze verificate solo per particolari valori attribuiti alle lettere che in esse figurano si dicono **equazioni**.

Si dicono **soluzioni** di un'equazione quei valori che, sostituiti alle incognite, rendono vera l'uguaglianza.

Due **equazioni** sono **equivalenti** se hanno la stessa soluzione.

Se si prendono ad esempio le equazioni:

$$x + 1 = 4$$

$$2x - 2 = 4$$

le due equazioni sono equivalenti, seppur formalmente diverse, perché hanno la stessa soluzione:

$$x = 3$$

$$3 + 1 = 4$$

$$2 \cdot 3 - 2 = 6 - 2 = 4$$

4.1 - Primo principio di equivalenza

Addizionando o **sottraendo** ai due membri di un'equazione uno stesso numero o una stessa espressione algebrica contenente l'incognita (che abbia significato per qualunque valore dell'incognita) si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Se si considera l'equazione:

$$2x - 8 = x - 3$$

e si applica il primo principio di equivalenza, sottraendo a entrambi i membri il valore di x , si ottiene:

$$2x - 8 - x = x - 3 - x$$

e, dopo avere eseguito i calcoli si ha l'equazione:

$$x - 8 = -3$$

equivalente a quella di partenza.

Data un'equazione, secondo la regola del trasporto, è possibile **spostare** un termine da un membro all'altro purché ne venga cambiato il segno:

$$x - 8 = -3 \rightarrow x = -3 + 8$$

4.2 - Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o **dividendo** i due membri di un'equazione per uno stesso numero o per una stessa espressione (diversa da zero e non contenente l'incognita) si ottiene un'equazione equivalente alla data.

Se si considera l'equazione:

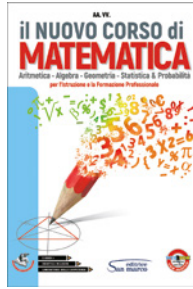
$$5x + 2 = 2x + 8$$

e si applica il primo principio di equivalenza, sottraendo $2x$ ai due membri, si ottiene:

$$5x + 2 - 2x = 2x + 8 - 2x$$

e, dopo aver eseguito i calcoli, si ha l'equazione:

$$3x + 2 = 8$$



Se si applica nuovamente il primo principio di equivalenza, sottraendo 2 a entrambi i membri, si ottiene:

$$3x + 2 - 2 = 8 - 2 \text{ da cui:}$$

$$3x = 6$$

Per trovare la soluzione dell'equazione, si può, quindi, procedere applicando il secondo principio di equivalenza, nello specifico dividendo i due membri per 3:

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \text{ per cui: } x = 2$$

5 - Equazioni di primo grado

Un'equazione si dice di **primo grado** quando l'incognita da trovare (generalmente x oppure y) è di primo grado.

In forma generale, nell'equazione: $ax + b = 0$ si considera x l'incognita di primo grado, a è il coefficiente della x (**incognita**) e b è il secondo coefficiente o **termine noto**.

7 - Equazioni di secondo grado

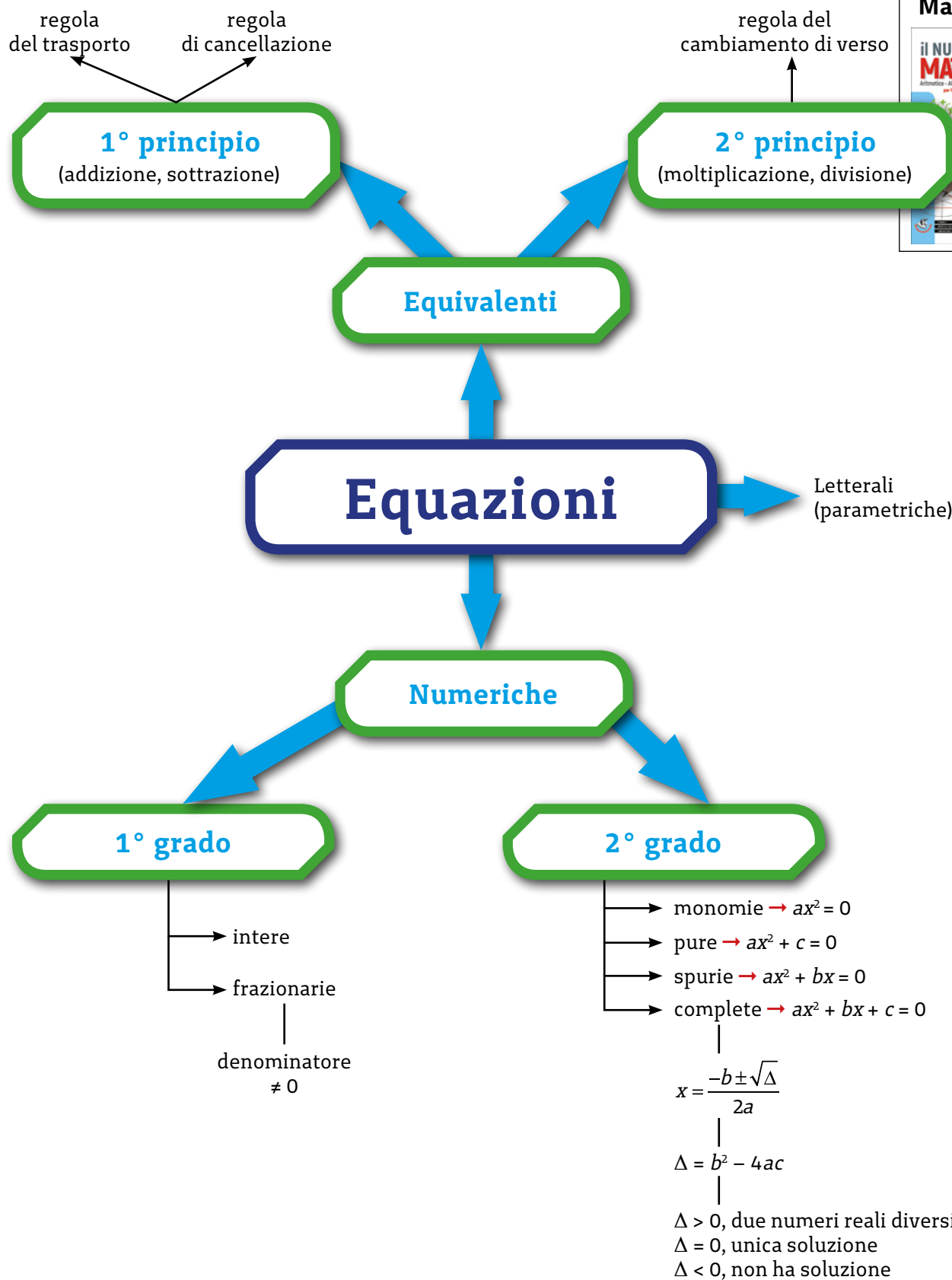
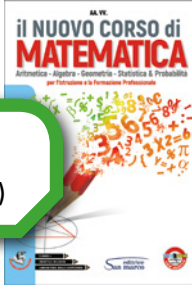
Un'equazione si dice di **secondo grado**, quando la x ha la potenza 2, cioè il termine incognito è dato da x^2 .

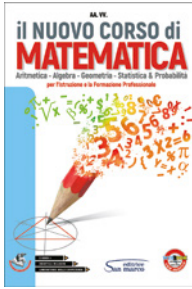
Le equazioni algebriche di secondo grado a una incognita sono anche dette **equazioni quadratiche** e sono riconducibili alla forma generale:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- con $a \neq 0$ (altrimenti l'equazione sarebbe di primo grado);
- dove a, b, c rappresentano tre numeri reali qualsiasi.

I numeri a, b, c sono definiti rispettivamente: primo, secondo e terzo **coefficiente**; il coefficiente c è detto anche **termine noto** dell'equazione.





Esercizi

ultra light



- 1 Vero o falso
 - a Un'uguaglianza è formata da due espressioni letterali fraposte dal segno uguale **V F**
 - b Un'identità è una uguaglianza tra due espressioni formate dalle stesse lettere e dalle stesse operazioni **V F**
 - c Un'equazione è un'uguaglianza verificata da qualsiasi valore **V F**
 - d Le radici di un'equazione sono le sue soluzioni **V F**
 - e Il grado di un'equazione dipende dal valore del termine noto **V F**

- 2 Vero o falso
 - a Le equazioni letterali e le equazioni parametriche esprimono due concetti non assimilabili **V F**
 - b Il primo principio di equivalenza coincide, nell'uso, con la regola del trasporto **V F**
 - c Il secondo principio di equivalenza sostiene che possiamo sommare o sottrarre una medesima quantità ai due termini di un'equazione senza alterarne l'uguaglianza **V F**
 - d Le equazioni di primo grado si dicono pure o spurie **V F**
 - e Le equazioni indeterminate portano a un'uguaglianza del tipo $0 = 0$ **V F**

- 3 Vero o falso
 - a Le equazioni di secondo grado si dicono quadratiche **V F**
 - b Il discriminante permette di sapere in anticipo quante soluzioni avrà l'equazione di secondo grado **V F**
 - c Se il discriminante è negativo le soluzioni reali saranno due **V F**
 - d Un'equazione di secondo grado monomia ha come risultato sempre e solo 0 **V F**
 - e Un'equazione di secondo grado pura ha come risultato sempre e solo due numeri reciproci **V F**

- 4 Osserva le equazioni proposte e indica se sono di primo o secondo grado e sono intere o fratte:

$(x + 2) \cdot (x - 3) = 8$	Primo grado
$2x^2 - 4 = x$	
$x + 2x = x - 1$	Secondo grado
$\frac{x+1}{x-1} = 0$	Intera
$\frac{x+1}{4} - \frac{x+3}{6} = \frac{5-x}{12}$	Frazionaria
$\frac{x+3}{2x} - 2 = x + 3$	

Risolvi le seguenti equazioni di primo e secondo grado

- | | | | |
|--------------------------------|----------|------------------------------|---------------|
| 5 $4x - 7 = x + 2$ | [+3] | 11 $2x^2 - 8 = 0$ | [-2; +2] |
| 6 $25 - 3x + 2 = x - 5$ | [+8] | 12 $3x^2 - 27 = 0$ | [-3; +3] |
| 7 $5x^2 - 45 = 0$ | [-3; +3] | 13 $x^2 + 1 = 0$ | [impossibile] |
| 8 $x^2 - 3x = 0$ | [0; 3] | 14 $x^2 + 16 = 0$ | [impossibile] |
| 9 $x^2 + 12x = 0$ | [0; -12] | 15 $x^2 + x - 20 = 0$ | [-5; +4] |
| 10 $-x^2 + 4 = 0$ | [-2; +2] | | |