

UdA 7 - Le disequazioni

1 - Disuguaglianze e disequazioni

Si dice **disequazione** una disuguaglianza fra due espressioni letterali, verificata solo da particolari valori attribuiti alle lettere:

$$2x + 2 < 10$$

1.1 - Risolvere una disequazione

Risolvere una disequazione significa trovarne l'insieme delle soluzioni (S), cioè determinare quali valori di x la rendono vera.

Si prenda ad esempio la disequazione:

$$2x + 2 < 10$$

e si determini per quali valori di x si verifica.

$x \in R$	$2x + 2$	La disequazione $2x + 2 < 10$ si è verificata?
$x = -3$	$2 \cdot (-3) + 2 = -4$	$-4 < 10$ SÌ
$x = -2$	$2 \cdot (-2) + 2 = -2$	$-2 < 10$ SÌ
$x = -1$	$2 \cdot (-1) + 2 = 0$	$0 < 10$ SÌ
$x = 0$	$2 \cdot (0) + 2 = +2$	$+2 < 10$ SÌ
$x = +2$	$2 \cdot (+2) + 2 = +6$	$+6 < 10$ SÌ
$x = +3$	$2 \cdot (+3) + 2 = +8$	$+8 < 10$ SÌ
$x = +4$	$2 \cdot (+4) + 2 = +10$	$+10 < 10$ NO
$x = +5$	$2 \cdot (+5) + 2 = +12$	$+12 < 10$ NO
$x = +6$	$2 \cdot (+6) + 2 = +14$	$+14 < 10$ NO
$x = +7$	$2 \cdot (+7) + 2 = +16$	$+16 < 10$ NO

Due **disequazioni** si dicono **equivalenti** quando hanno lo stesso insieme di soluzioni.

Per esempio: $x + 3 > 6$ e $x + 5 > 8$

Se x appartiene, per entrambe le disequazioni, all'insieme dei numeri reali (R), l'insieme delle soluzioni è dato da tutti i valori tali che $x > 3$ per cui:

$$S = \{x \mid x \in R \text{ e } x > +4\}$$

3.1 - Primo principio di equivalenza

Addizionando o **sottraendo** una stessa quantità numerica o un'espressione algebrica ad entrambi i membri di una disequazione, si ottiene una disequazione ad essa equivalente.

Si prenda ad esempio la disequazione:

$$x + 7 > -4$$

e si applichi il primo principio di equivalenza delle disequazioni, aggiungendo ad entrambi i membri -7 :

$$x + 7 - 7 > -4 - 7$$

dopo aver eseguito i calcoli, si ottiene la disequazione:

$$x > -11$$

che è equivalente a quella di partenza.

3.2 - Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o **dividendo** entrambi i membri di una disequazione per uno stesso numero positivo diverso da zero, si ottiene una disequazione equivalente a quella data, mentre, moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione per uno stesso numero negativo (diverso da zero), si ottiene una disequazione equivalente alla data, ma di verso opposto.



Si consideri la disequazione:

$$3x > 4$$

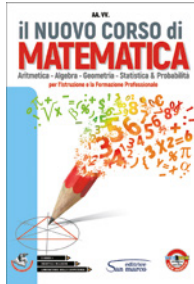
e si applichi il secondo principio di equivalenza delle disequazioni moltiplicando entrambi i membri per +4:

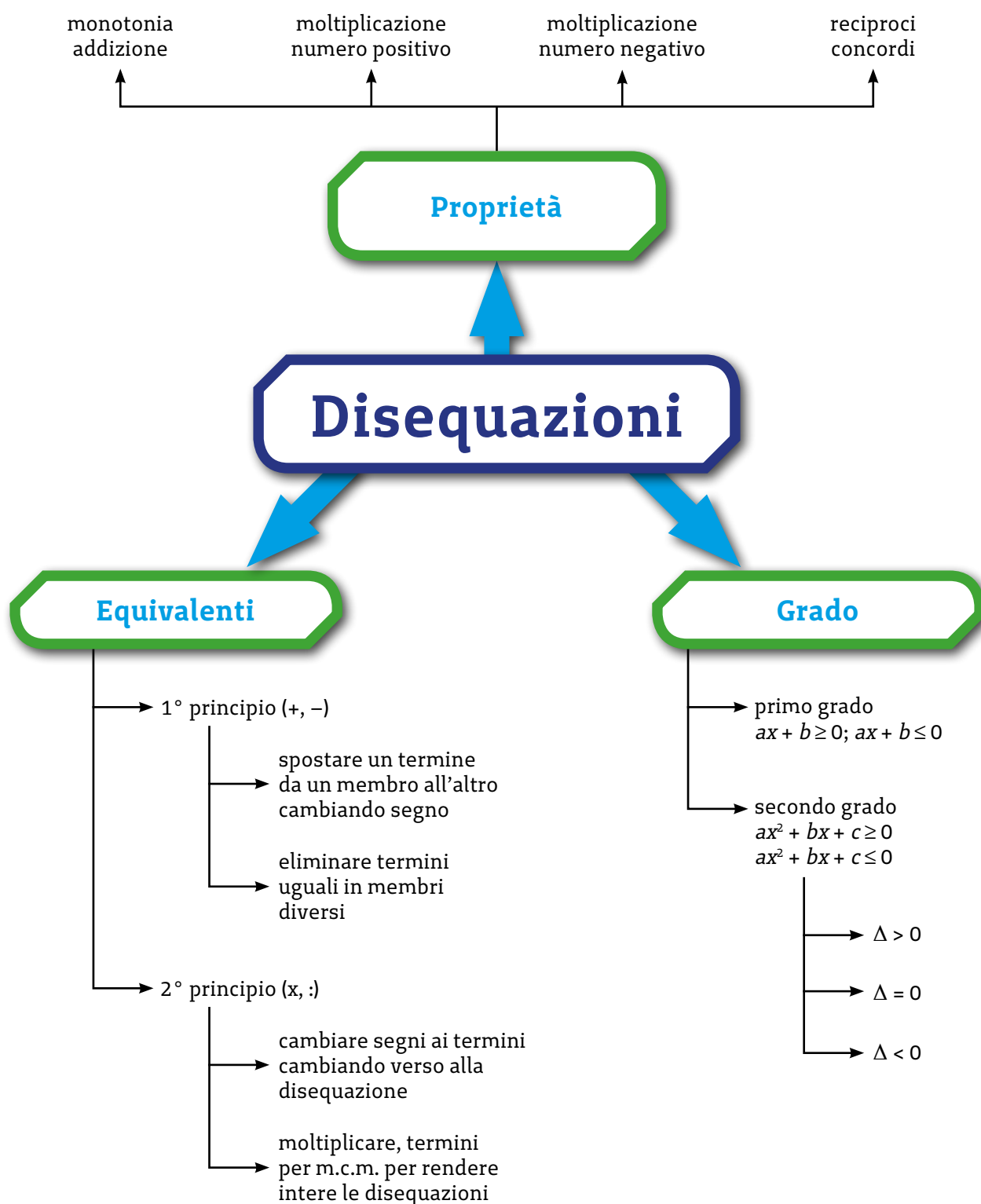
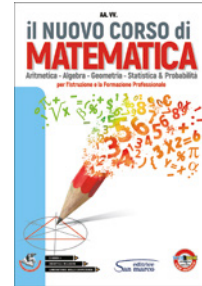
$$3x \cdot (+4) > 4 \cdot (+4)$$

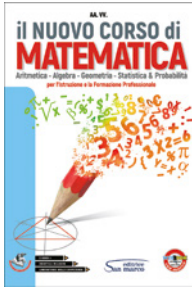
dopo aver eseguito i calcoli, si ottiene la disequazione:

$$12x > 16 \quad \text{che è equivalente a quella di partenza.}$$

AA. VV.
**Il Nuovo
Corso di
Matematica**







Esercizi

ultra light



- 1 Vero o falso

a Una disuguaglianza numerica esprime l'ordine di grandezza di due numeri	V F
b $>$ si legge minore mentre \geq si legge minore o uguale	V F
c Una disuguaglianza in cui compaiono monomi e polinomi è detta disequazione	V F
d Una disequazione ha un'unica soluzione	V F
e Due disequazioni si dicono equivalenti se contengono gli stessi polinomi	V F

- 2 Vero o falso

a Aggiungendo un numero, positivo o negativo, ad entrambi i membri della disuguaglianza numerica si ottiene una disuguaglianza dello stesso verso	V F
b La proprietà dei reciproci concordi dice che dati due numeri con lo stesso segno (diversi da zero), la disuguaglianza fra i loro reciproci ha segno contrario rispetto alla loro	V F
c Il primo principio di equivalenza vale allo stesso modo per equazioni e disequazioni	V F
d Il secondo principio di equivalenza vale allo stesso modo per equazioni e disequazioni	V F
e Le disequazioni di secondo grado si risolvono come quelle di primo grado ed hanno lo stesso numero di soluzioni	V F
f Le disequazioni di secondo grado si distinguono in base al valore del discriminante	V F

- 3 Abbina le disequazioni alle soluzioni corrette

$3x + 5 > 2x + 11$	sempre falsa
$2 \times (x + 4) > 3 \times (x - 1)$	$x < 5$
$6x - 2 > 2x + 18$	$x > 6$
$x^2 + 4x + 4 \geq 0$	$x > 5$
$x^2 + 2x + 7 < 0$	sempre vera

- 4 Scrivi le seguenti disuguaglianze in senso contrario:

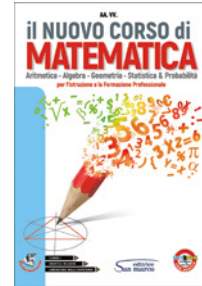
a $-2 < 5$	4 > 1	8 < 13
b $-4 < -3$	$-8 > -12$	$13 > 10$
c $19 < 27$	$0 > -\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$
d $0 > -4$	$5 < 17$	$-4 < 2$

- 5 Determina, tra i valori scritti a fianco di ogni disequazione, quali sono soluzioni e quali non lo sono:

a $x - 3 > 5$	x = $\frac{1}{2}$	x = -2	x = 10;	x = 8	x = $\frac{11}{2}$
b $x + 4 < 6$	x = -5	x = $-\frac{1}{5}$	x = $\frac{1}{4}$	x = 3	x = $\frac{9}{2}$
c $1 - x \geq 0$	x = 0	x = $\frac{1}{2}$	x = -3	x = 1	x = 2
d $2x - 4 \geq 5x + 8$	x = 1	x = $\frac{7}{2}$	x = 4	x = 5	x = 7

Disequazioni di primo grado

- 6 $5x - 3 > 8x + 6$ [x < -3]
- 7 $3 - 4x \leq 1 - 2x$ [x ≥ 1]



8 $7x - 2 \leq 3x + 1$

$$\left[x \leq \frac{3}{4} \right]$$

9 $3(x + 4) < 24$

$$[x < 4]$$

10 $2x - 2 > x + 1$

$$[x > 3]$$

11 $3x + 2 \geq 2x + 1$

$$[x \geq -1]$$

12 $2x - 1 < 3$

$$[x < 2]$$

13 $3x - 1 > x + 3$

$$[x > 2]$$

14 $2x - 3 > x + 7$

$$[x > 10]$$

15 $7x - 1 - 6x > x - 3$

[sempre verificata]

16 $3x + 9 + 2 < x - 1$

$$[x < -6]$$

Disequazioni di secondo grado

17 $x^2 + x > -2$

$$[\forall x \in \mathbb{R}]$$

18 $x^2 - 3x + 2 > 0$

$$[x < 1 \vee x > 2]$$

19 $x^2 - 10x + 40 > 0$

[sempre verificata]

20 $x^2 - 2x < 0$

$$[0 < x < 2]$$

21 $4x^2 > 0$

[per ogni x diversa da 0]

22 $x^2 + 4 < 0$

[nessuna soluzione]

23 $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

$$[x < 1 \vee x > 3]$$

24 $x^2 - 3x + 2 < 0$

$$[1 < x < 2]$$

25 $x^2 \geq 25$

$$[x \leq -5 \vee x \geq 5]$$