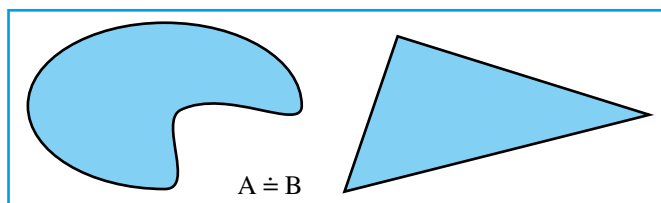


# UdA 3 - Le figure equivalenti e le aree dei poligoni

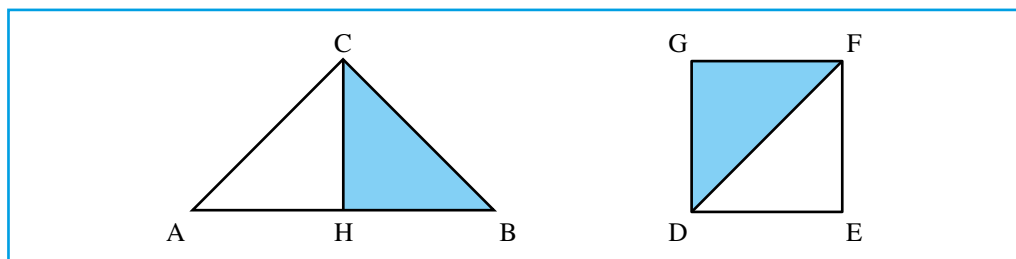
## 1 - Figure geometriche equivalenti

Due superfici piane che hanno uguale estensione si dicono equivalenti oppure equiestese e si indicano con il simbolo  $\doteq$ .



## 2 - Poligoni equivalenti

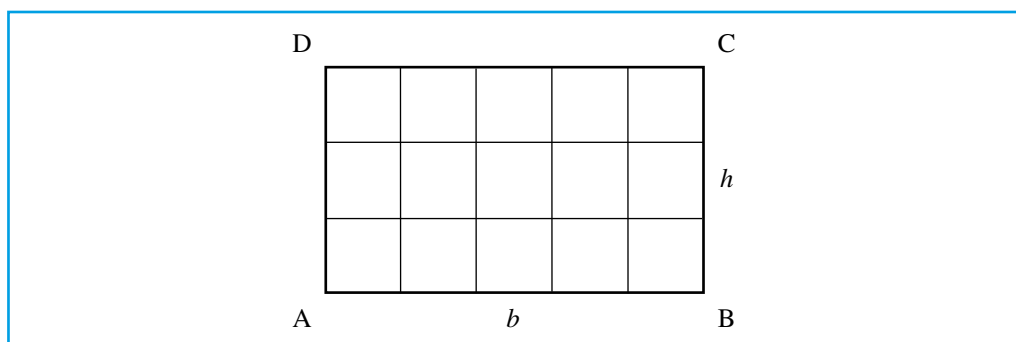
Si dicono superfici **equicomposte** due superfici che si possono scomporre in parti a due a due congruenti.



### 3.1 - Area del rettangolo

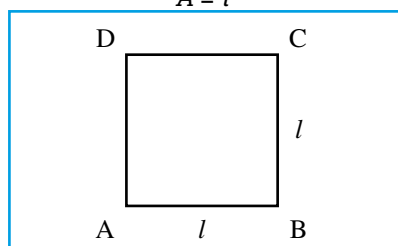
L'**area del rettangolo** è uguale al prodotto della misura della base ( $b$ ) per quella dell'altezza ( $h$ ):  
$$A = b \cdot h$$

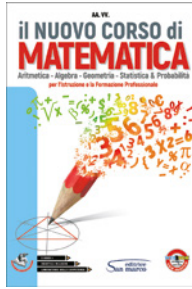
Il rettangolo ABCD (in figura) ha la base di 5 cm e l'altezza di 3 cm. Si può dividere la base in 5 parti e l'altezza in 3 parti, ognuna della misura di 1 cm, e tracciare le parallele ai lati del rettangolo a partire dai punti di divisione.



### 3.2 - Area del quadrato

L'**area del quadrato** è uguale alla misura del suo lato elevato alla seconda:  
$$A = l^2$$





### 3.3 - Area del parallelogramma

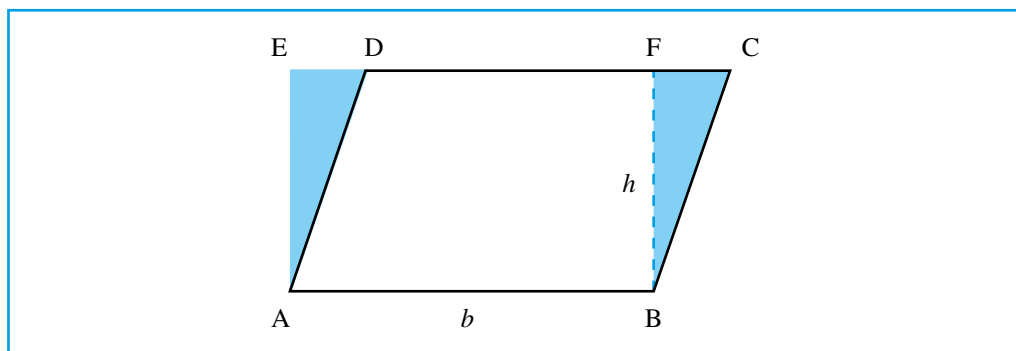
L'**area del parallelogramma** è uguale al prodotto della misura della base per quella dell'altezza:

$$A = b \cdot h$$

La formula è la stessa del rettangolo, perché ogni parallelogramma è equivalente a un rettangolo che ha la stessa base e la stessa altezza del parallelogramma.

Se si considera il parallelogramma ABCD, innalzando dai suoi vertici A e B una linea perpendicolare al lato DC, si ottengono i vertici del rettangolo ABFE.

Il rettangolo e il parallelogramma sono formati dal trapezio ABFD (comune) e rispettivamente dai due triangoli EDA e FBC.



### 3.4 - Area del rombo

L'**area di un rombo** è uguale al semiprodotto delle misure delle diagonali:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

### 3.5 - Area del triangolo

L'**area del triangolo** è uguale al semiprodotto della misura della base per quella dell'altezza:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

### 3.6 - Area del trapezio

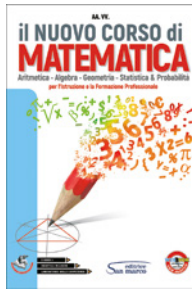
L'**area di un trapezio** è data dal semiprodotto della somma delle misure delle basi per la misura dell'altezza:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

### 3.7 - Area di un poligono regolare

L'**area di un poligono regolare** è data dal semiprodotto della misura del perimetro per quella dell'apotema:

$$A = \frac{2p \cdot a}{2} \text{ e semplificando } A = p \cdot a$$



L'area del poligono regolare è data dal quadrato del lato per il numero fisso  $j$ :

$$A = l^2 \cdot j \text{ e inversamente } l = \sqrt{\frac{A}{j}}$$

Numero lati	Figura geometrica	Numero fisso $j$
3	Triangolo	0,433
4	Quadrato	1
5	Pentagono	1,720
6	Esagono	2,598
7	Ettagono	3,634
8	Ottagono	4,828
9	Ennagono	6,182
10	Decagono	7,694
11	Undecagono	9,366
12	Dodecagono	11,196

## 4 - Il teorema di Pitagora

In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti:

$$i^2 = c^2 + c_1^2$$

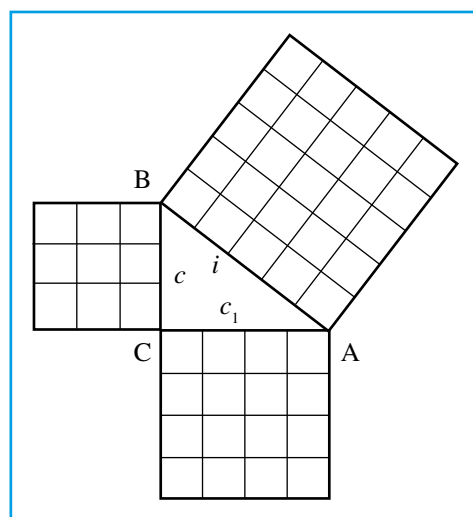
Il teorema di Pitagora si applica **solo** ai **triangoli rettangoli**.

Data la misura dei cateti, si può calcolare la **misura dell'ipotenusa**:

$$i = \sqrt{c^2 + c_1^2}$$

Data la misura dell'ipotenusa e di un cateto, si può calcolare la **misura dell'altro cateto**:

$$c = \sqrt{i^2 - c_1^2}; \quad c_1 = \sqrt{i^2 - c^2}$$



## 5 - I teoremi di Euclide

Il quadrato costruito su un cateto di un triangolo rettangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa:

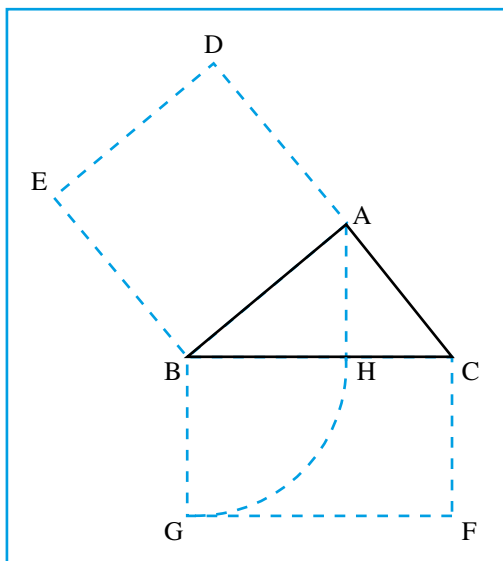
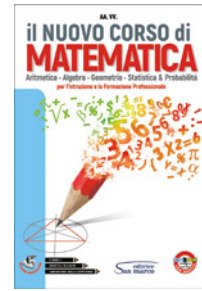
*quadrato* ( $AB^2$ )  $\doteq$  *rettangolo* ( $BC \cdot BH$ ), cioè:

$$c^2 = i \cdot p_c$$

Si consideri il triangolo rettangolo ABC, retto in A; AH è l'altezza relativa all'ipotenusa BC. Il segmento BH è la proiezione del cateto AB sull'ipotenusa; HC è la proiezione del cateto AC sull'ipotenusa stessa.  $AB^2$  equivalente  $BC \cdot BH$  cioè:

$$c^2 = i \cdot p_c$$

$$c = \sqrt{i \cdot p_c}$$

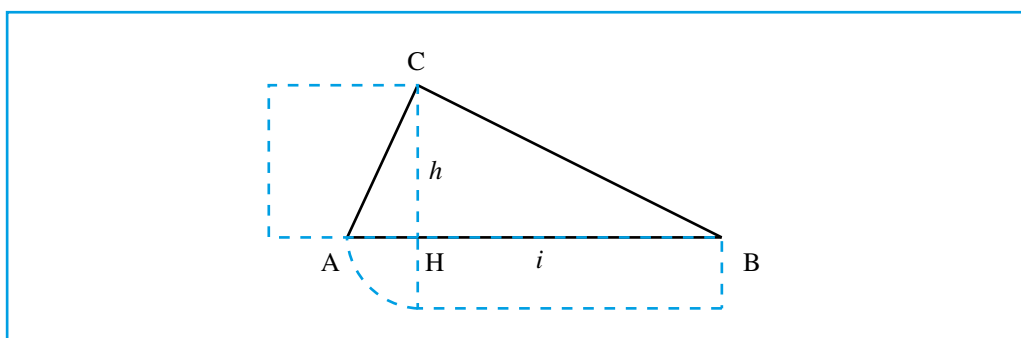


In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa:

$$CH^2 \doteq HB \cdot AH, \text{ cioè: } h_i^2 = p_1 \cdot p_2$$

Si consideri il triangolo rettangolo ABC, retto in C; CH è l'altezza relativa all'ipotenusa AB. Il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa AH: è la proiezione del cateto CA e HB è la proiezione del cateto CB:

$$CH^2 = HB \cdot AH$$



Da ciò si deduce: la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo è uguale alla radice quadrata del prodotto delle misure delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa:

$$h = \sqrt{p_1 \cdot p_2}$$

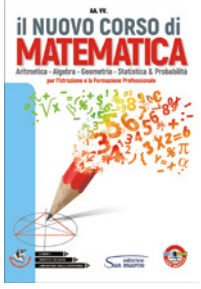


figure  
equiestese o  
equivalenti

figure  
equicomposte

**Estensione**

**Area m<sup>2</sup>**

**Rettangolo**

$$A = b \cdot h$$

**Parallelogramma**

$$A = b \cdot h$$

**Rombo**

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

**Triangolo**

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

**Quadrato**

$$A = l^2$$

**Trapezio**

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

**Teorema  
di Pitagora**

$$i^2 = c^2 + c_1^2$$

**Triangolo  
rettangolo**

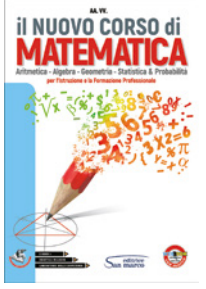
$$A = \frac{c \cdot c'}{2}$$

**I teorema  
di Euclide**

$$c^2 = i \cdot p_c$$

**II teorema  
di Euclide**

$$h_i^2 = p_1 \cdot p_2$$



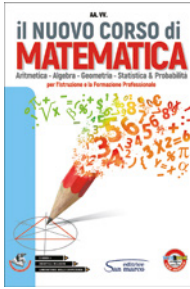
## Esercizi

## ultra light



- 1** Vero o falso
- a** L'estensione di una figura è la parte di piano che occupa V F
  - b** Due superfici di forme diverse che hanno la stessa estensione sono equivalenti V F
  - c** Ogni superficie può essere scomposta in superfici più piccole che la formano V F
  - d** L'area si misura in quadratini di 1x1 contenuti nella figura V F
  - e** L'area del rettangolo è la base per ricavare tutte le altre aree V F
- 2** Completa il seguente testo  
L'area del rettangolo è \_\_\_\_\_. Se un rettangolo misura 5 cm di base per 3 cm di altezza, la base può essere scomposta in \_\_\_\_\_ segmenti, mentre l' \_\_\_\_\_ in 3 segmenti da 1 cm. Questa suddivisione scompone l'area del rettangolo in tanti \_\_\_\_\_ il cui numero è dato proprio dalla \_\_\_\_\_ della misura della base per quella dell' \_\_\_\_\_.
- 3** Vero o falso
- a** L'area del rettangolo è  $b + h$  V F
  - b** Il quadrato è un particolare rettangolo pertanto la sua area si determina facendo  $b \cdot h$  V F
  - c** Il parallelogramma si può smontare e ricombinare come un quadrato V F
  - d** La formula dell'area del parallelogramma e quella del rettangolo coincidono V F
  - e** L'area del rombo è  $\frac{D \cdot d}{2}$  V F
  - f** Un rombo è esattamente grande come un rettangolo di dimensioni  $D$  e  $d$  V F
  - g** L'area del triangolo è  $b \cdot h$  V F
  - h** In un triangolo rettangolo i cateti coincidono con base e altezza V F
- 4** Abbina la figura con tutte le formule che permettono di calcolarne l'area

		$\frac{b \cdot h}{2}$
		$b \cdot h$
		$\frac{(B+b) \cdot h}{2}$
		$l^2$
		$\frac{c \cdot c'}{2}$



5 Completa il seguente testo

Si dice che \_\_\_\_\_ abbia intuito il suo famoso teorema passeggiando su un pavimento di piastrelle a forma di triangolo. Il suo teorema dice che in un triangolo \_\_\_\_\_ il \_\_\_\_\_ costruito sull' \_\_\_\_\_ è equivalente (ossia ha la stessa \_\_\_\_\_) alla somma dei \_\_\_\_\_ costruiti sui cateti. In simboli: \_\_\_\_\_.

6 Vero o falso

- |   |  |   |   |
|---|--|---|---|
| a | $i = \sqrt{c^2 + c_1^2}$   | V | F |
| b | $c = \sqrt{i^2 + c_1^2}$   | V | F |
| c | Euclide ha prodotto tre teoremi sui triangoli rettangoli   | V | F |
| d | Il primo teorema di Euclide sostiene che il quadrato costruito su un cateto equivalga al rettangolo che ha per dimensioni l'ipotenusa e l'altro cateto | V | F |
| e | $c^2 = i \cdot p_c$ con $p_c$ la proiezione del cateto sull'ipotenusa  | V | F |
| f | Il secondo teorema di Euclide mette in relazione un quadrato e un rettangolo   | V | F |
| g | $h^2 = p_1 \cdot p_2$  | V | F |
| h | $p_1 = h^2 \cdot p_2$  | V | F |

7 Calcola l'area di un rettangolo avente le dimensioni lunghe rispettivamente 4,5 cm e 3,8 cm.

[17,1 cm<sup>2</sup>]

8 Il perimetro di un quadrato è 48 cm, calcola l'area del quadrato.

[144 cm<sup>2</sup>]

9 Un quadrato ha l'area di 1.296 dm<sup>2</sup>, calcolane il perimetro.

[144 dm]

10 La base e l'altezza di un parallelogramma misurano rispettivamente 6,8 cm e 4,7 cm. Calcola l'area del parallelogramma.

[31,96 cm<sup>2</sup>]

11 Le diagonali di un rombo misurano rispettivamente 13 cm e 4,9 cm. Calcola l'area del rombo.

[31,85 cm<sup>2</sup>]

12 L'area di un rombo è 640,5 cm<sup>2</sup>; la diagonale maggiore è 36,6 cm. Calcola la diagonale minore.

[35 cm]

13 In un triangolo la base e l'altezza misurano rispettivamente 12,8 m e 7 m. Calcola l'area del triangolo.

[44,8 m<sup>2</sup>]

14 L'area di un triangolo è 70,56 dm<sup>2</sup>; la base misura 14,4 dm. Calcola la misura dell'altezza.

[9,8 dm]

15 Un triangolo ha l'altezza di 28 cm e l'area di 518 cm<sup>2</sup>. Calcola la lunghezza della base.

[37 cm]

16 In un trapezio la base maggiore misura 40 cm, la minore è  $\frac{5}{8}$  della maggiore e l'altezza misura 26 cm. Calcola l'area del trapezio.

[845 cm<sup>2</sup>]

17 Calcola l'area di un pentagono regolare avente il lato di 12 cm.

[247,68 cm<sup>2</sup>]

18 Un rettangolo ha le dimensioni rispettivamente di 45 cm e 24 cm. Calcola la misura della diagonale.

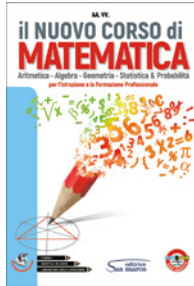
[51 cm]

19 In un rombo le diagonali misurano rispettivamente 48 m e 36 m. Calcola il perimetro del rombo.

[120 m]

20 Le basi e l'altezza di un trapezio rettangolo misurano rispettivamente 28 m, 20 m e 6 m. Calcola il perimetro del trapezio.

[64 m]



- 21** Un triangolo rettangolo ha i cateti di 32 cm e 60 cm. Calcola la misura dell'ipotenusa.  
[68 cm]
- 22** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa e un cateto misurano rispettivamente 58 cm e 42 cm. Calcola la misura dell'altro cateto.  
[40 cm]
- 23** Un triangolo rettangolo ha un angolo acuto di  $30^\circ$  e l'ipotenusa di 20 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.  
[47,32 cm; 86,6 cm<sup>2</sup>]
- 24** Un triangolo rettangolo ha un angolo di  $60^\circ$  e il cateto minore di 15 cm. Calcola l'area e il perimetro del triangolo.  
[194,85 cm<sup>2</sup>; 70,98 cm]
- 25** In un triangolo rettangolo isoscele ognuno dei cateti misura 12 cm; calcola il perimetro e l'area del triangolo.  
[40,968 cm; 72 cm<sup>2</sup>]