

UdA 2 - Calcolo delle probabilità

2 - Concezione classica

La **probabilità di un evento** $p(E)$ è definita come il rapporto tra i casi favorevoli (m) al verificarsi dell'evento E e tutti i casi possibili dell'insieme universo U associato a tale evento (n). In formula:

$$p(E) = \frac{m}{n}$$

La definizione data di probabilità è detta "**classica**" o teorica, perché richiede un'analisi teorica dell'evento che permetta di individuare chiaramente i casi possibili e i casi favorevoli. La probabilità viene, quindi, calcolata prima di aver effettuato alcuna prova.

3 - Concezione frequentista

La **frequenza relativa** di un evento, attraverso n prove effettuate nelle stesse condizioni, è definita come il rapporto fra il numero delle prove nelle quali l'evento si è verificato e il numero n delle prove effettuate:

$$frequenza(f) = \frac{\text{numero prove favorevoli}}{\text{numero prove effettuate}}$$

La differenza rispetto alla definizione classica consiste nel fatto che, in questo caso, occorre eseguire le **prove** (alle stesse condizioni) prima di poter calcolare la probabilità.

4 - Concezione soggettiva

La probabilità dell'evento $p(E)$ è la misura del **grado di fiducia** che un individuo coerente, secondo le sue conoscenze e opinioni, attribuisce al verificarsi di E .

Un esempio chiarificatore è rappresentato dalle scommesse sportive.

Gli allibratori, infatti, stabiliscono le quote di un evento, basandosi sul grado di fiducia mostrato dai giocatori per l'evento stesso.

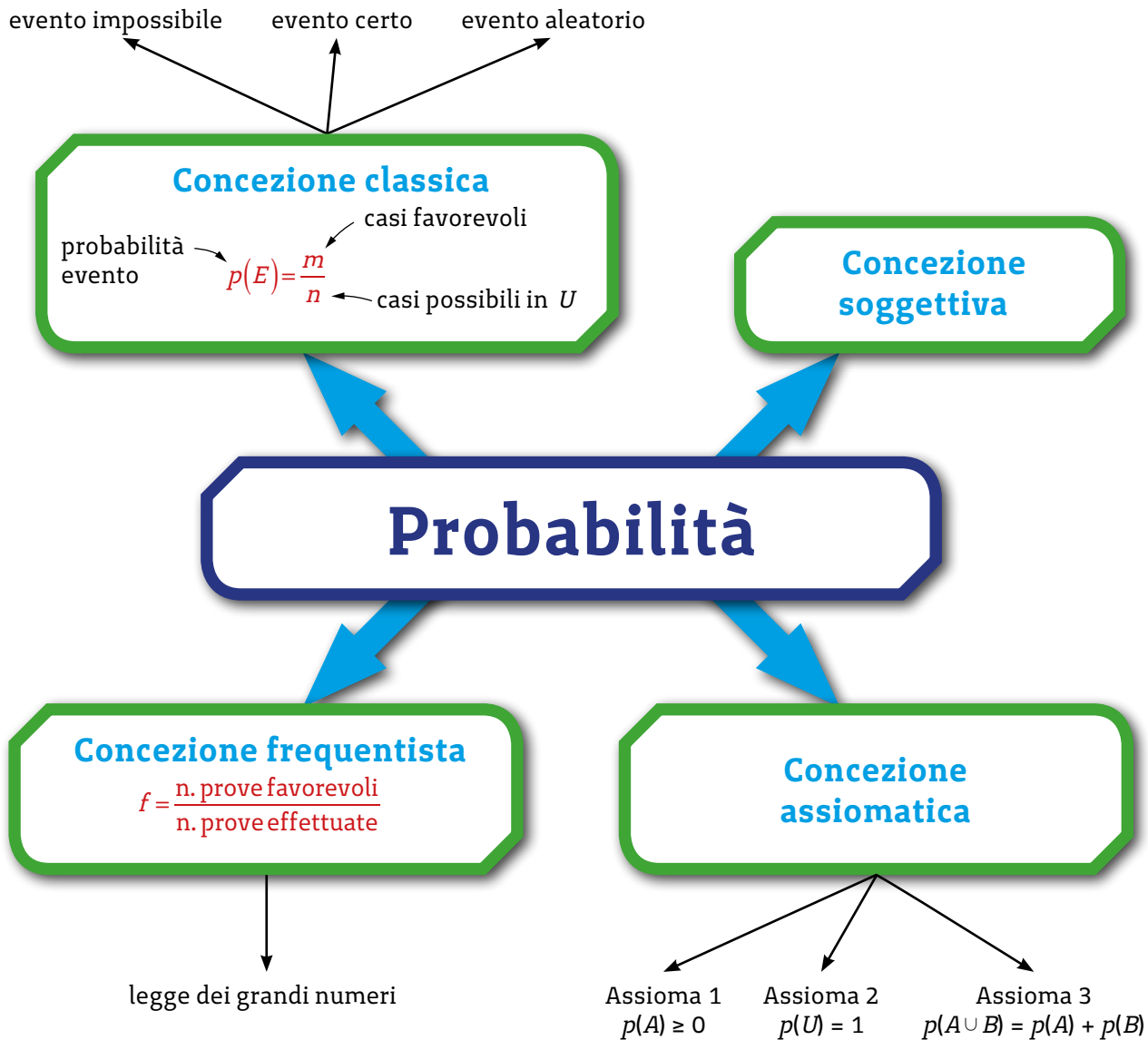
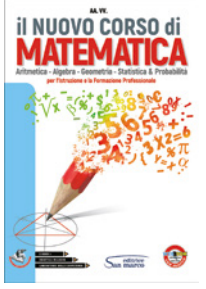
La **probabilità di un evento** $p(E)$ è rappresentata dal rapporto tra il prezzo che l'individuo è disposto a pagare e la posta in gioco (la somma che ha diritto ad avere in cambio, se l'evento si verifica), secondo la proporzione:

prezzo pagato : posta in gioco = $p(E) : 1$

5 - Concezione assiomatica

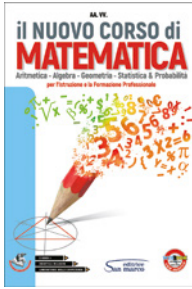
La **teoria assiomatica** si fonda su 3 assiomi (ossia condizioni che vengono prese per vere senza dimostrazioni) si sviluppa attraverso i teoremi.

- 1 **$p(A) \geq 0$** → la probabilità di un evento A è un numero reale maggiore o uguale a 0.
- 2 **$p(U) = 1$** → la probabilità dell'insieme universo U è uguale a 1, ovvero è un evento certo.
- 3 **$p(A, B) = p(A) + p(B)$** → se A e B sono eventi incompatibili, ovvero non possono verificarsi contemporaneamente ($A + B = \emptyset$, cioè non hanno elementi in comune), la probabilità che si verifichi l'evento A oppure l'evento B si calcola sommando la probabilità di A e la probabilità di B .



Esercizi

ultra light



- 1 Vero o falso

a Dire che un evento è probabile equivale a dire che è molto facile che accada	V F
b Secondo la concezione classica, la probabilità si calcola mediante un prodotto	V F
c La concezione classica conta sia gli eventi favorevoli sia gli eventi possibili	V F
d La concezione frequentista calcola la probabilità in modo empirico	V F
e La concezione soggettiva è diversa da persona a persona	V F
f La teoria assiomatica sostiene che la probabilità non esiste, ma tutto dipende dal fatto	V F

- 2 Completa il seguente testo
 La legge dei _____ chiamata anche legge _____ sostiene che quando il numero di prove _____ alle medesime condizioni aumenta, la _____ tende ad assumere valori molto simili alla probabilità _____ dell'evento.

- 3 Abbina la formula della colonna di sinistra alla teoria del calcolo delle probabilità cui appartiene

$p(U) = 1$	
$p(A) \geq 0$	CONCEZIONE CLASSICA
$p(E) = \frac{m}{n}$	CONCEZIONE FREQUENTISTA
$f = \frac{n \text{ prove favorevoli}}{n \text{ prove effettuate}}$	
prezzo pagato: posta in gioco = $p : 1$	CONCEZIONE SOGGETTIVA
$0 \leq f \leq 1$	CONCEZIONE ASSIOMATICA
$0 \leq p(E) \leq 1$	

- 4 Qual è la probabilità che lanciando un dado esca un numero minore di 7? E un numero maggiore di 10? [1; 0]

- 5 Calcola la probabilità che la faccia ottenuta lanciando un dado sia:

a il numero 3	$\left[\frac{1}{6} \right]$	c un numero pari	[0,5]
b un numero multiplo di 3	$\left[\frac{1}{3} \right]$	d un numero divisore di 12	$\left[\frac{1}{3} \right]$

- 6 Da un mazzo di 40 carte si estrae una carta. Calcola la probabilità di avere:

a una carta di cuori	$\left[\frac{1}{4} \right]$	c un asso di fiori	$\left[\frac{1}{40} \right]$
b una figura	$\left[\frac{3}{10} \right]$	d una carta il cui valore sia superiore a 4	$\left[\frac{3}{5} \right]$

- 7 Una moneta viene lanciata 100 volte e la "testa" si è presentata 45 volte. Calcola la frequenza relativa:

a dell'evento "testa"	$\left[\frac{9}{20} \right]$
b dell'evento "croce"	$\left[\frac{11}{20} \right]$



- 8 Se lanciando 100 volte una moneta esce 100 volte "testa", cosa possiamo dire sulla probabilità da un punto di vista frequentista? Cosa possiamo dire sul fatto che esca "croce"?
- 9 Chiara partecipa a un gioco organizzato ed è disposta a pagare € 5 per partecipare. Sapendo che la posta in gioco è di € 20, calcola quale probabilità Chiara attribuisce all'evento "vincita".
- 10 In una scatola di cioccolatini ne sono rimasti 4 al latte, 10 fondenti e 2 al liquore. Si prende un cioccolatino a caso. Calcola la probabilità:
- a che sia al latte
 - b che sia fondente
 - c che sia al liquore
 - d che sia al latte o fondente, ma non al liquore
 - e che non sia fondente

$$\left[\frac{1}{4} \right]$$

$$[0,25]$$

$$[0,625]$$

$$[0,125]$$

$$[0,875]$$

$$[0,375]$$

AA. VV.
**Il Nuovo
Corso di
Matematica**

