



Il principio di sovrapposizione degli effetti

In una medesima rete, accanto ai generatori in continua, si possono incontrare generatori di segnale di diversa fattura (sinusoidale, triangolare, quadra o anche completamente irregolari), ciascuno dei quali, all'interno della rete, fornisce un proprio contributo. In ogni caso, se la rete è lineare, una semplificazione all'analisi può essere ottenuta valutando separatamente gli effetti dei singoli generatori, per sommarli poi al termine.

Il **principio di sovrapposizione degli effetti**, afferma che in una rete lineare, contenente più generatori, la corrente che circola in un ramo può essere calcolata sommando algebricamente i contributi dei singoli generatori, considerati attivi uno per volta (cioè spegnendo, nel frattempo, tutti gli altri).

Come detto, la condizione necessaria per la validità del principio, e quindi per una sua corretta applicabilità, è che la rete sia lineare, cioè composta da bipoli tutti con un legame lineare tra tensione e corrente, quali, appunto, sono i generatori e le resistenze.

Spegnere un generatore di tensione significa sostituirlo con un cortocircuito (qualunque corrente passi nel cortocircuito la tensione ai morsetti è nulla); **spegnere un generatore di corrente**, invece, significa toglierlo dal ramo dove è inserito, lasciandolo interrotto (in un circuito aperto la corrente circolante è nulla qualunque sia la tensione imposta agli estremi).

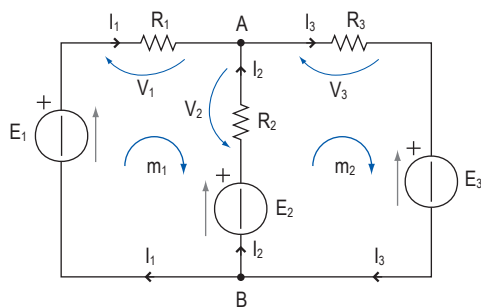


Fig. 1. Rete elettrica.

Per comprendere meglio quanto esposto sopra, si consideri la rete indicata in **fig. 1**, i cui componenti hanno i valori

$$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega, \\ E_1 = 10 \text{ V}, E_2 = 12 \text{ V}, E_3 = 5 \text{ V}$$

e si supponga di voler conoscere il valore della sola corrente I_3 .

Si tratta di una rete lineare, sottoposta all'azione contemporanea di tre generatori: E_1, E_2, E_3 .

La corrente I_3 può, quindi, essere calcolata sommando algebricamente i contributi parziali dei singoli generatori, applicati uno per volta.

Applicando il solo generatore E_1 , si ottiene la rete indicata in **fig. 2**.

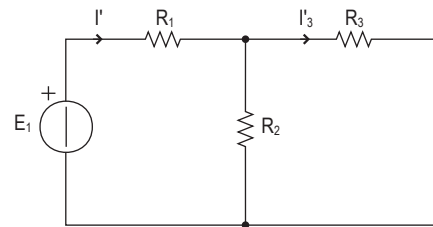


Fig. 2. Contributo del solo generatore E_1 .

La corrente erogata dal generatore in questo contesto (I') si ricava una volta nota la resistenza totale vista ai suoi morsetti e, da questa, si può derivare il valore di I_3' mediante la regola dell'arco doppio tra R_2 ed R_3 .

$$I' = \frac{E_1}{R_1 + (R_2 // R_3)} = \\ = \frac{10 \text{ V}}{10 \Omega + (10 \Omega // 10 \Omega)} = \frac{10 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,66 \text{ A}$$

$$I_3' = I' \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0,66 \text{ A} \cdot \frac{1}{2} = 0,33 \text{ A}$$

In modo analogo, applicando il solo generatore E_2 , si ottiene la rete di **fig. 3** e si calcolano prima I'' e poi I_3''

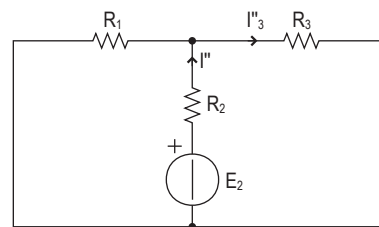


Fig. 3. Contributo del solo generatore E_2 .

$$I'' = \frac{E_2}{R_2 + (R_1 // R_3)} = \\ = \frac{12 \text{ V}}{10 \Omega + (10 \Omega // 10 \Omega)} = \frac{12 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,8 \text{ A}$$

$$I_3'' = I'' \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 0,8 \text{ A} \cdot \frac{1}{2} = 0,4 \text{ A}$$

Infine, con il solo generatore E_3 , si ha la rete di **fig. 4** e si calcola $I_3''' = -I_3''$

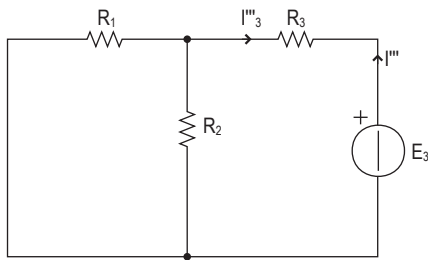


Fig. 4. Contributo del solo generatore E_3 .

$$I_3''' = \frac{E_3}{R_3 + (R_1 // R_2)} = \frac{5 \text{ V}}{10 \Omega + (10 \Omega // 10 \Omega)} = \frac{5 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,33 \text{ A}$$

La somma dei contributi fornisce il valore di I_3

$$I_3 = I_3' + I_3'' + I_3''' = 0,33 \text{ A} + 0,4 \text{ A} - 0,33 \text{ A} = 0,4 \text{ A}$$

Attenzione: se il generatore E_3 , anziché costante, fosse stato un generatore variabile, per esempio con andamento triangolare, con valori compresi tra 2,5 e 5 V, avrebbe contribuito al valore della corrente I_3 , con aggiunte comprese tra $-0,166$ e $-0,33$ A. La stessa corrente I_3 sarebbe quindi risultata con andamento triangolare, con valori che spaziano tra un minimo di 0,4 A e un massimo di 0,566 A.

È da notare come la rete di **fig. 1**, appena risolta, fosse già stata analizzata nell'esempio 2 a pag. 46 del libro con i principi di Kirchhoff, ottenendo ovviamente i medesimi risultati. Potrebbe quindi sorgere la domanda su quale sia il metodo più conveniente e più rapido da utilizzare per risolvere una determinata rete.

Ebbene, la risposta è che il metodo ottimale per la soluzione di una rete dipende dalla rete stessa e dalle richieste del problema: un circuito con molti generatori e poche maglie è più rapidamente risolvibile con i principi di Kirchhoff, mentre la presenza di molte maglie ci porta ad utilizzare il metodo di sovrapposizione degli effetti.

Per contro, la sovrapposizione degli effetti è più indicata laddove si desidera conoscere una sola delle grandezze del circuito. In definitiva, è solo mediante l'esperienza che il tecnico può affinare la capacità di scegliere il metodo più adatto per un determinato contesto.

ESERCIZIO A

Dato il circuito riportato in **fig. 5a**, determinare il valore della corrente I_1 utilizzando il metodo della sovrapposizione degli effetti. Cosa succede alla corrente I_1 se il generatore I_A , per brevi istanti, dimezza il suo valore?

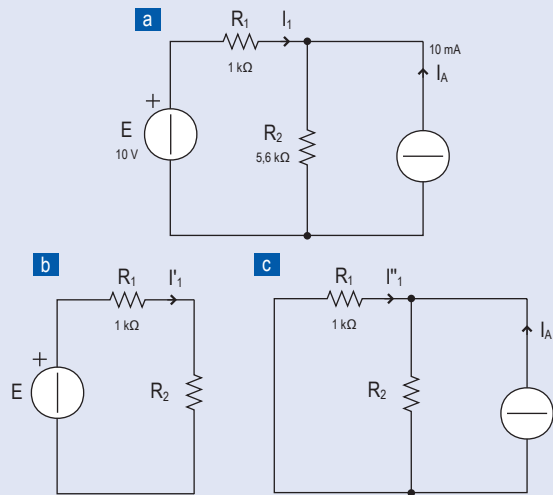


Fig. 5. Esercizio con metodo della sovrapposizione degli effetti.

SOLUZIONE

La rete riportata in **fig. 5a** presenta due generatori: uno di tensione e l'altro di corrente. Considerando il circuito con il solo generatore di tensione E (**fig. 5b**), si calcola il primo contributo (I_1') alla corrente che attraversa la resistenza R_1

$$I_1' = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{10 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega + 5,6 \text{ k}\Omega} = 1,52 \text{ mA}$$

Considerando il solo generatore di corrente I_A (**fig. 5c**), si calcola il secondo contributo (I_1''), applicando la regola dell'arco doppio e tenendo conto che il verso della corrente richiesto è opposto rispetto a quello imposto dal generatore

$$I_1'' = -I_A \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -10 \text{ mA} \cdot \frac{5,6 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + 5,6 \text{ k}\Omega} = -8,48 \text{ mA}$$

La corrente I_1 richiesta sarà la somma dei due contributi

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 1,52 \text{ mA} - 8,48 \text{ mA} = -6,96 \text{ mA}$$

Negli intervalli di tempo in cui il generatore I_A dimezza il suo valore, anche il relativo contributo (I_1'') si dimezza e la corrente I_1 diventerà

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 1,52 \text{ mA} - 4,24 \text{ mA} = -2,72 \text{ mA}$$



ESERCIZIO B

Utilizzando il principio della sovrapposizione degli effetti, calcolare la corrente I , indicata nel circuito di **fig. 6a**.

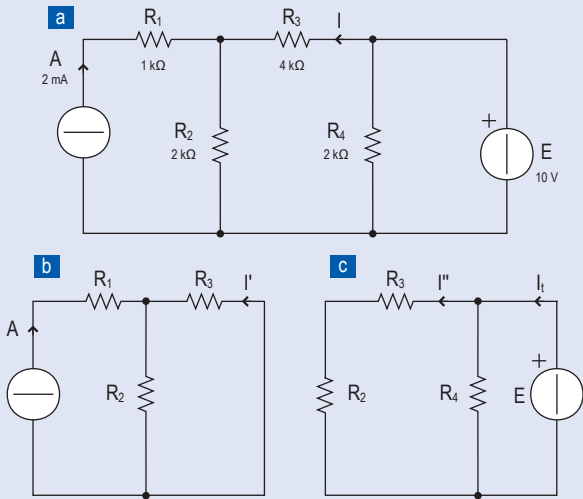


Fig. 6. Esercizio con metodo della sovrapposizione degli effetti.

SOLUZIONE

Per calcolare il contributo del solo generatore di corrente A , si spegne il generatore di tensione E e con ciò la resistenza R_4 risulta cortocircuitata. Nel circuito che si ottiene (**fig. 6b**), la resistenza R_3 risulta in parallelo ad R_2 , perciò il contributo (I') del generatore A , alla corrente richiesta, si può calcolare con la regola dell'arco doppio

$$I' = -A \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = -2 \text{ mA} \cdot \frac{2 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega} = -0,66 \text{ mA}$$

Per ottenere il contributo del solo generatore di tensione E , si elimina il generatore di corrente A (**fig. 6c**). La resistenza R_1 risulta staccata dal resto del circuito e, perciò, è ininfluente. La corrente I_t erogata dal generatore vale

$$I_t = \frac{E}{(R_2 + R_3) // R_4} = \frac{10 \text{ V}}{(2 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega) // 2 \text{ k}\Omega} = \frac{10 \text{ V}}{1,5 \text{ k}\Omega} = 6,66 \text{ mA}$$

Il contributo (I'') alla corrente richiesta si ottiene applicando la regola dell'arco doppio

$$I'' = I_t \cdot \frac{R_4}{(R_2 + R_3) + R_4} = 6,66 \text{ mA} \cdot \frac{2 \text{ k}\Omega}{(2 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega) + 2 \text{ k}\Omega} = 1,66 \text{ mA}$$

La corrente I richiesta è data dalla somma dei due contributi

$$I = I' + I'' = -0,66 \text{ mA} + 1,66 \text{ mA} = 1 \text{ mA}$$

ESERCIZIO 1

Utilizzando il principio della sovrapposizione degli effetti, calcolare la tensione V_{AB} segnata nello schema di **fig. 7**.

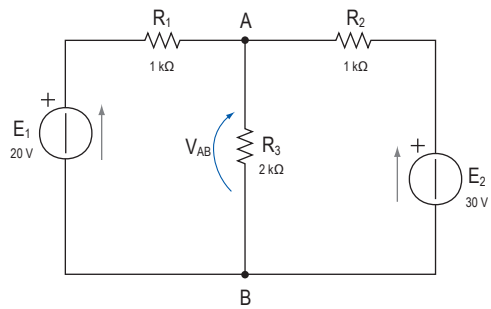


Fig. 7.

[Ris.: $V_{AB}' = 8 \text{ V}$; $V_{AB}'' = 12 \text{ V}$; $V_{AB} = 20 \text{ V}$]

ESERCIZIO 2

Utilizzando il principio della sovrapposizione degli effetti, calcolare la tensione V_{AB} segnata nello schema di **fig. 8**.

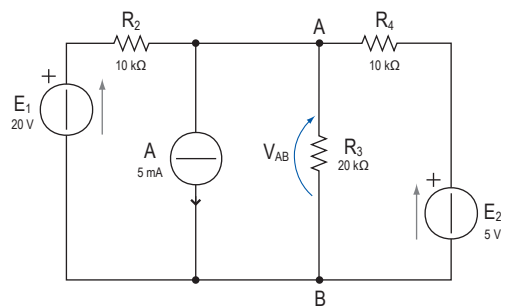


Fig. 8.

[Ris.: $V_{AB}' = 8 \text{ V}$; $V_{AB}'' = -20 \text{ V}$; $V_{AB}''' = 2 \text{ V}$; $V_{AB} = -10 \text{ V}$]

ESERCIZIO 3

Utilizzando il principio della sovrapposizione degli effetti, calcolare la corrente I_2 segnata nello schema di **fig. 9**.

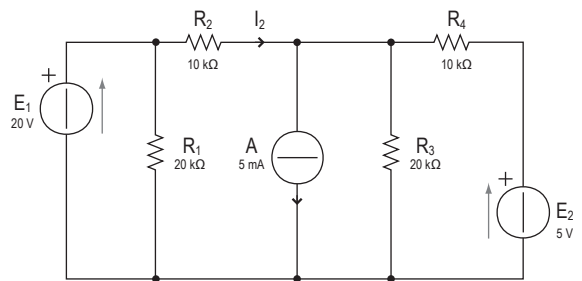


Fig. 9

[Ris.: $I_2' = -0,2 \text{ mA}$; $I_2'' = 2 \text{ mA}$; $I_2''' = 1,2 \text{ mA}$; $I_2 = 3 \text{ mA}$]

ESERCIZIO 4

Utilizzando il principio della sovrapposizione degli effetti, determinare il generatore equivalente della rete di **fig. 10**, visto dai morsetti A e B.

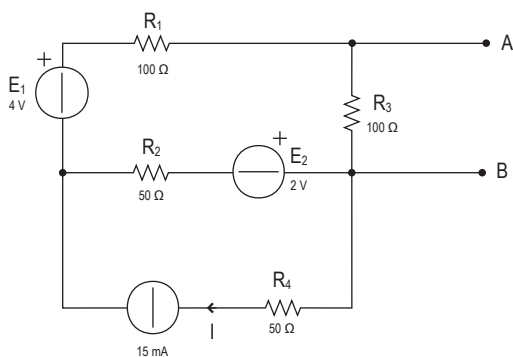


Fig. 10.

$$\begin{aligned}
 [\text{Ris.: } E_{\text{eq}} &= 0,3 \text{ V (I)} + 1,6 \text{ V (E}_1) - 0,8 \text{ V (E}_2) = 1,1 \text{ V;} \\
 I_{\text{cc}} &= 5 \text{ mA (I)} - 13,3 \text{ mA (E}_1) + 26,6 \text{ mA (E}_2) = 18,3 \\
 &\text{ mA; } R_{\text{eq}} = (R_1 + R_2) // R_3 = 60 \Omega]
 \end{aligned}$$