Derivatori

Nel circuito di **fig. 1**, trascurando per il momento la presenza della piccola resistenza R_1, dall'equazione incrementale di carica del condensatore:

$$i \cdot dt = C \cdot dv \quad i = C \cdot \frac{dV_i}{dt}$$

si ricava:

$$V_o = -R_2 \cdot i = -R_2 \cdot C \cdot \frac{dV_i}{dt}$$

da cui il nome di derivatore dato al circuito.

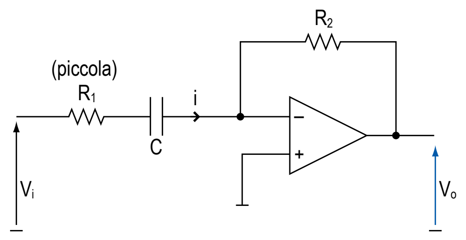

Fig. 1. *Circuito derivatore reale.*

Nel caso di ingresso sinusoidale:

$$V_i = A \cdot sen(\omega \cdot t)$$

$$\frac{dV_i}{dt} = \omega \cdot A \cdot cos(\omega \cdot t)$$

$$V_o = -R_2 \cdot C \cdot \omega \cdot A \cdot cos(\omega \cdot t)$$

con ampiezza $R_2 \cdot C \cdot \omega \cdot A$ e fase –90°

L'equazione può anche essere letta in regime sinusoidale come:

$$V_o = -\frac{R_2}{|X_C|} \cdot A \cdot cos(\omega \cdot t)$$

L'ampiezza della tensione di uscita tenderebbe quindi a infinito alle frequenze elevate, ma la piccola resistenza R_1 posta in serie al condensatore limita il guadagno alle alte frequenze al valore:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Data la presenza di R_1, il circuito si comporta da derivatore solo per frequenze minori di:

$$f_t = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot C}$$

ESERCIZIO A

Supponendo che il circuito di **fig. 2** abbia in ingresso un segnale triangolare di ampiezza ±1 V, frequenza 100 Hz, determinare l'ampiezza della quadra su V_o.

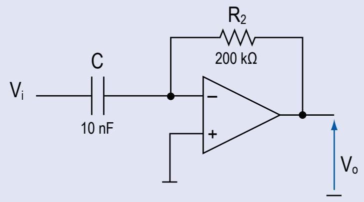

Fig. 2. *Circuito derivatore.*

SOLUZIONE

In ciascun semiperiodo il condensatore viene caricato a rampa, perciò la corrente al suo interno è costante. Dalla $C \cdot \Delta V = I \cdot \Delta t$, si ricava:

$$I = \frac{C \cdot \Delta V}{\Delta t} = \frac{10 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{5 \cdot 10^{-3}} = 4\ \mu A$$

$$V_o = 4\ \mu A \cdot 200\ k\Omega = 0{,}8\ V$$

Operando con le derivate (**fig. 3**)

$$\frac{dV_i}{dt} = \frac{2\ V}{5\ ms}$$

$$V_o = -R_2 \cdot C \cdot \frac{dV_i}{dt} =$$
$$= -200\ k\Omega \cdot 10\ nF \cdot \frac{2\ V}{5\ ms} = -0{,}8\ V$$

$$V_o = \pm 0{,}8\ V$$

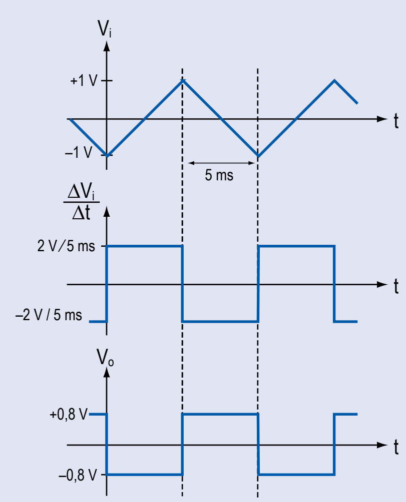

Fig. 3. *Triangolo di ingresso e quadra di uscita.*

ESERCIZIO B

Al circuito di **fig. 1** è applicato un segnale periodico deformato composto da due sinusoidi sovrapposte e in fase tra loro: V_1 = 10 V, 100 Hz e V_2 = 10 V, 1 kHz. Determinare le due componenti all'uscita, sapendo che R_1 = 1 kΩ, R_2 = 100 kΩ, C = 15,9 nF.

SOLUZIONE

Alla frequenza 100 Hz:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 15{,}9 \cdot 10^{-9}} = 100.000\ \Omega$$

la presenza di R_1 risulta perciò trascurabile:

$$\vec{V_o} = \vec{V_i} \cdot \left(-\frac{R_2}{-jX_C}\right) = -j\vec{V_i}$$

La prima componente esce inalterata in ampiezza e sfasata 90° in ritardo.

Alla frequenza 1 kHz:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1\,k \cdot 15{,}9 \cdot 10^{-9}} = 10\ k\Omega$$

la presenza di R_1 risulta ancora trascurabile:

$$\vec{V_o} = \vec{V_i} \cdot \left(-\frac{R_2}{-jX_C}\right) = -j \cdot 10 \cdot \vec{V_i}$$

La seconda componente esce amplificata 10 in ampiezza e sfasata 90° in ritardo.

ESERCIZIO C

Derivare una sinusoide di ampiezza ±1 V e frequenza 500 Hz, in modo da ottenere V_o = ± 5 V e limitando a 10 il guadagno in alta frequenza.

SOLUZIONE

Presa a riferimento la **fig. 1** e trascurando per il momento R_1 si ha:

$$\vec{V_o} = \vec{V_i} \cdot \left(-\frac{R_2}{-jX_C}\right) = -j\vec{V_i} \cdot 2\pi\, f \cdot C \cdot R_2$$

Perciò si impone la relazione tra le ampiezze 5 V = 1 V · 2 · π · 500 Hz · R_2 · C. Scegliendo per esempio C = 0,1 μF si ottiene R_2 = 15,9 kΩ. Per limitare a 10 il guadagno in alta frequenza serve R_1 = 1,59 kΩ.

ESERCIZIO 1

Supponendo che il circuito di **fig. 4** abbia in ingresso un segnale triangolare di ampiezza ±5 V (frequenza 50 Hz) determinare l'ampiezza della quadra su V_o.

[Ris.: V_o = ±2 V]

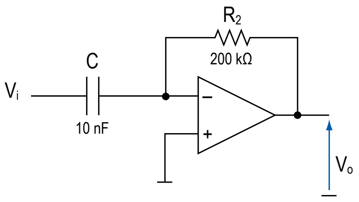

Fig. 4. *Circuito derivatore.*

ESERCIZIO 2

Al circuito di **fig. 1** è applicato un segnale periodico deformato composto da due sinusoidi sovrapposte e in fase tra loro: V_1 = 5 V, 10 Hz e V_2 = 1 V, 100 Hz. Determinare le due componenti all'uscita, sapendo che R_1 = 1 kΩ, R_2 = 100 kΩ, C = 159 nF.

[Ris.: V_{o1} = 5 V, V_{o2} = 10 V, φ = –90° per entrambe]

ESERCIZIO 3

Presa a riferimento la **fig. 1** e supponendo C = 1 μF, derivare una sinusoide di ampiezza ±2 V e frequenza 100 Hz, in modo da ottenere V_o = ±8 V e limitando a 10 il guadagno in alta frequenza.

[Ris.: R_1 = 637 Ω, R_2 = 6.366 Ω]

ESERCIZIO 4

In ingresso al circuito di **fig. 4** è applicato un segnale sinusoidale di ampiezza ±1 V, frequenza 200 Hz. Determinare l'ampiezza di V_o.

[Ris.: V_o = 2,51 V]