

Unità di Apprendimento 5



Esercizi

Fai Attenzione



ESERCIZIO 5

Un carico squilibrato connesso a stella composto da:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_1 &= 50 \Omega, \bar{Z}_2 = 50 \Omega + j 40 \Omega, \\ \bar{Z}_3 &= 50 \Omega - j 40 \Omega\end{aligned}$$

è sottoposto ad un sistema di alimentazione simmetrica trifase a tre conduttori (senza filo di neutro, come in **fig. 12** a pag. 180 del libro) di valore efficace 230/400 V. Determinare le correnti di linea e le potenze impegnate.

SOLUZIONE

Trattandosi di un carico squilibrato connesso a stella senza filo di neutro, il centro stella del carico assume una tensione diversa dal centro stella delle tensioni stellate:

$$\bar{V}_{0'} = \frac{\bar{E}_1 \cdot \bar{Y}_1 + \bar{E}_2 \cdot \bar{Y}_2 + \bar{E}_3 \cdot \bar{Y}_3}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3}$$

Dapprima si calcolano:

$$\bar{Y}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_1} = \frac{1}{50} = 0,02$$

$$\begin{aligned}\bar{Y}_2 &= \frac{1}{\bar{Z}_2} = \frac{1}{50 + j 40} = \frac{50 - j 40}{50^2 + 40^2} \\ &= 12,2 \cdot 10^{-3} - j 9,76 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{Y}_3 &= \frac{1}{\bar{Z}_3} = \frac{1}{50 - j 40} = \frac{50 + j 40}{50^2 + 40^2} \\ &= 12,2 \cdot 10^{-3} + j 9,76 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

Posta \bar{E}_1 sull'asse reale si hanno:

$$\bar{E}_1 = 230 + j 0$$

$$\begin{aligned}\bar{E}_2 &= 230 \cdot [\cos(-120^\circ) + j \sin(-120^\circ)] \\ &= -115 - j 199,2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{E}_3 &= 230 \cdot [\cos(120^\circ) + j \sin(120^\circ)] \\ &= -115 + j 199,2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{0'} &= \frac{230 \cdot 0,02 + (-115 - j 199,2) \cdot (12,2 \cdot 10^{-3} - j 9,76 \cdot 10^{-3}) + (-115 + j 199,2) \cdot (12,2 \cdot 10^{-3} + j 9,76 \cdot 10^{-3})}{0,02 + (12,2 \cdot 10^{-3} - j 9,76 \cdot 10^{-3}) + (12,2 \cdot 10^{-3} + j 9,76 \cdot 10^{-3})}\end{aligned}$$

$$\bar{V}_{0'} = 7,8 + j 0$$

Le tensioni di fase risultano quindi:

$$\bar{E}'_1 = \bar{E}_1 - \bar{V}_{0'} = 230 - 7,8 = 222,2$$

$$\begin{aligned}\bar{E}'_2 &= \bar{E}_2 - \bar{V}_{0'} = -115 - j 199,2 - 7,8 = \\ &= 107,2 - j 199,2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{E}'_3 &= \bar{E}_3 - \bar{V}_{0'} = -115 + j 199,2 - 7,8 = \\ &= 107,2 + j 199,2\end{aligned}$$

i cui moduli sono:

$$E'_1 = 222,2$$

$$E'_2 = \sqrt{107,2^2 + 199,2^2} = 226,2$$

$$E'_3 = \sqrt{107,2^2 + 199,2^2} = 226,2$$

I moduli delle impedenze di carico sono:

$$Z_1 = 50 \Omega, Z_2 = \sqrt{50^2 + 40^2} = 64 \Omega = Z_3$$

Le correnti di linea e di fase si equivalgono:

$$I_{F1} = I_{L1} = \frac{E'_1}{Z_1} = \frac{222,2 \text{ V}}{50 \Omega} = 4,444 \text{ A}$$

$$I_{F2} = I_{L2} = \frac{E'_2}{Z_2} = \frac{226,2 \text{ V}}{64 \Omega} = 3,53 \text{ A} = I_{L3}$$

$$\begin{aligned}P &= P_1 + P_2 + P_3 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = \\ &= 50 \cdot (4,444^2 + 3,53^2 + 3,53^2) = 2233,5 \text{ W}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q &= Q_2 + Q_3 = X_2 \cdot I_2^2 + X_3 \cdot I_3^2 = \\ &= 40 \cdot 3,53^2 - 40 \cdot 3,53^2 = 0 \text{ VAR}\end{aligned}$$

ESERCIZIO 6

Un carico squilibrato connesso a stella, composto da $\bar{Z}_1 = 15 \Omega, \bar{Z}_2 = 15 \Omega + j 12 \Omega, \bar{Z}_3 = 15 \Omega - j 12 \Omega$, è sottoposto ad un sistema di alimentazione simmetrica trifase a tre conduttori (senza filo di neutro, come in **fig. 12** a pag. 180 del libro) di valore efficace 230/400 V. Determinare le correnti di linea e le potenze impegnate.

$$[\text{Ris.: } I_1 = 18,47 \text{ A}, I_2 = I_3 = 10,96 \text{ A}, P = 8719 \text{ W}, Q = 0]$$

ESERCIZIO 7

Un carico squilibrato connesso a stella composto da $\bar{Z}_1 = 20 \Omega$, $\bar{Z}_2 = 20 \Omega$, $\bar{Z}_3 = j 20 \Omega$, è sottoposto ad un sistema di alimentazione simmetrica trifase a tre conduttori (senza filo di neutro) di valore efficace 230/400 V. Determinare le correnti di linea e le potenze impegnate.

[Ris.: $I_1 = 4,61 \text{ A}$, $I_2 = 17,21 \text{ A}$, $I_3 = 15,43 \text{ A}$,
 $P = 6349 \text{ W}$, $Q = 4762 \text{ var}$]



ESERCIZIO F

Il carico squilibrato connesso a triangolo di **fig. 17** a pag. 182 del libro è sottoposto ad un sistema di alimentazione simmetrica trifase di valore efficace 230/400 V. Sapendo che:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{12} &= 50 \Omega, \bar{Z}_{23} = 50 \Omega + j 40 \Omega \\ \bar{Z}_{31} &= 50 \Omega - j 40 \Omega \end{aligned}$$

determinare le correnti di linea e le potenze impegnate.

SOLUZIONE

$$Z_{12} = 50 \Omega, Z_{23} = \sqrt{50^2 + 40^2} = 64 \Omega = Z_{31}$$

La tensione di fase è pari alla tensione concatenata $V = 400 \text{ V}$, perciò:

$$I_{12} = \frac{V}{Z_{12}} = \frac{400 \text{ V}}{50 \Omega} = 8 \text{ A}$$

$$I_{23} = \frac{V}{Z_{23}} = \frac{400 \text{ V}}{64 \Omega} = 6,25 \text{ A} = I_{31}$$

$$P = P_{12} + P_{23} + P_{31} = R_{12} \cdot I_{12}^2 + R_{23} \cdot I_{23}^2 + R_{31} \cdot I_{31}^2 = 50 \cdot (8^2 + 6,25^2 + 6,25^2) = 7106 \text{ W}$$

$$Q = Q_{23} + Q_{31} = X_{23} \cdot I_{23}^2 + X_{31} \cdot I_{31}^2 = 40 \cdot 6,25^2 - 40 \cdot 6,25^2 = 0 \text{ var}$$

Per determinare le correnti di linea, bisogna comporre le risultanti dei tre vettori corrispondenti alle correnti di fase. Osservando i valori delle impedenze, risulta che Z_{12} ha solo la componente resistiva e perciò I_{12} è in fase con V_{12} , Z_{23} è ohmico-induttiva; quindi, I_{23} è in ritardo rispetto a V_{23} di:

$$\arctg\left(\frac{40}{50}\right) = 38,66^\circ$$

Z_{31} è ohmico-capacitiva e I_{31} è in anticipo su V_{31} di $38,66^\circ$. Supponendo V_{12} sull'asse reale:

$$\bar{I}_{12} = 8 + j 0$$

$$\bar{I}_{23} = 6,25 \cdot [\cos(-120^\circ - 38,66^\circ) + j \sin(-120^\circ - 38,66^\circ)] = -5,82 - j 2,27$$

$$\bar{I}_{31} = 6,25 \cdot [\cos(120^\circ + 38,66^\circ) + j \sin(120^\circ + 38,66^\circ)] = -5,82 + j 2,27$$

Operando sui numeri complessi di interesse si possono comporre le tre correnti di linea:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = 13,82 - j 2,27 \quad |I_1| = 14 \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12} = -13,82 - j 2,27 \quad |I_2| = 14 \text{ A}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23} = j 4,54 \quad |I_3| = 4,54 \text{ A}$$

Come si può verificare, la risultante vettoriale delle tre correnti di linea è nulla.

ESERCIZIO 8

Il carico squilibrato connesso a triangolo di **fig. 17** a pag. 182 del libro è sottoposto ad un sistema di alimentazione simmetrica trifase di valore efficace 230/400 V. Sapendo che $\bar{Z}_{12} = 15 \Omega$, $\bar{Z}_{23} = 15 \Omega + j 12 \Omega$, $\bar{Z}_{31} = 15 \Omega - j 12 \Omega$, determinare le correnti di linea e le potenze impegnate.

[Ris.: $I_1 = I_2 = 46,67 \text{ A}$, $I_3 = 15,13 \text{ A}$,
 $P = 23.687 \text{ W}$, $Q = 0$]

ESERCIZIO 9

Il carico squilibrato connesso a triangolo di **fig. 1** è sottoposto ad un sistema di alimentazione simmetrica trifase di valore efficace 230/400 V e presenta $R = 50 \Omega$, $X_L = 50 \Omega$. Determinare le correnti di linea e le potenze impegnate.

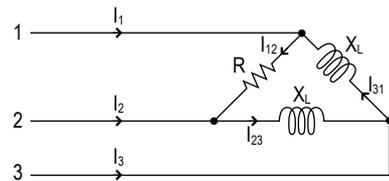


Fig. 1. Carico a triangolo squilibrato.

[Ris.: $I_1 = 4,14 \text{ A}$, $I_2 = 15,46 \text{ A}$, $I_3 = 13,86 \text{ A}$ (**fig. 2**),
 $P = 3200 \text{ W}$, $Q = 6400 \text{ var}$]

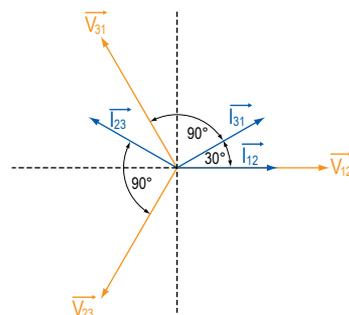


Fig. 2. Correnti di fase del triangolo squilibrato.