

Reti correttrici

Se è possibile intervenire sul circuito, si possono inserire apposite reti di compensazione dette appunto correttrici.

La rete in **fig. 1**, detta **ritardatrice**, è caratterizzata da una funzione di trasferimento:

$$R(s) = \frac{1 + s \cdot C \cdot R_2}{1 + s \cdot C \cdot (R_1 + R_2)}$$

con il polo:

$$\omega_{pR} = -\frac{1}{C \cdot (R_1 + R_2)}$$

più lento dello zero:

$$\omega_{zR} = -\frac{1}{C \cdot R_2}$$

(da qui l'appellativo di ritardatrice).

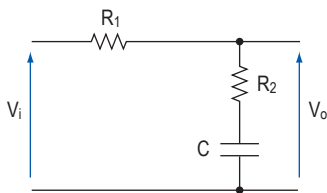


Fig. 1. Rete ritardatrice.

Inserendo tale rete nell'anello, in modo che intervenga tra il primo e il secondo polo (**fig. 2**), si costringe $G \cdot H$ a tagliare l'asse a 0 dB con pendenza -20 dB/decade, riducendo la banda ma migliorando il margine di fase.

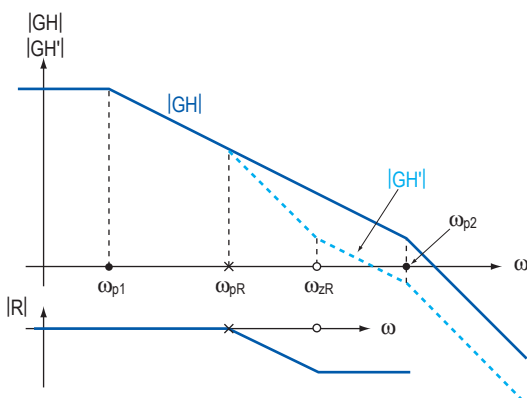


Fig. 2. Compensazione mediante rete ritardatrice.

La rete in **fig. 3**, detta **anticipatrice**, è caratterizzata da una funzione di trasferimento:

$$A(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{(1 + s \cdot C \cdot R_1)}{1 + s \cdot C \cdot (R_1 // R_2)}$$

con guadagno statico:

$$k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

e con lo zero:

$$\omega_{zA} = -\frac{1}{C \cdot R_1}$$

più lento del polo:

$$\omega_{pA} = -\frac{1}{C \cdot (R_1 // R_2)}$$

(da qui l'appellativo di anticipatrice).

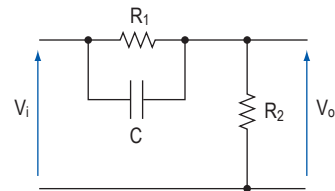


Fig. 3. Rete anticipatrice.

Inserendo tale rete nell'anello, in modo che lo zero compensi il secondo polo dell'anello (**fig. 4**), si costringe $G \cdot H$ a tagliare l'asse a 0 dB con pendenza -20 dB/decade, migliorando il margine di fase.

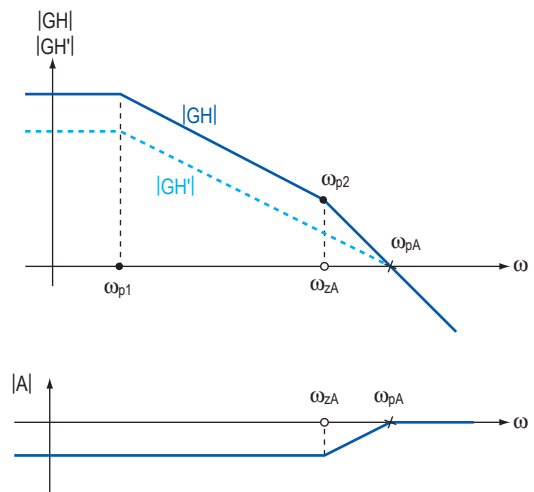


Fig. 4. Compensazione mediante rete anticipatrice.

Poiché tale rete passiva riduce il guadagno statico dell'anello, si preferisce nella pratica utilizzare una

reti anticipatrice attiva, del tipo indicato in **fig. 5**:

$$A(s) = \frac{1 + s \cdot C \cdot (R_1 + R_2)}{1 + s \cdot C \cdot R_2}$$

con guadagno unitario alle basse frequenze.

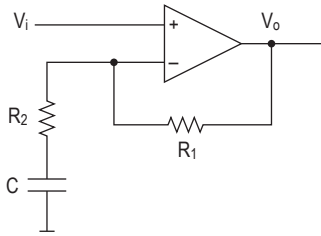


Fig. 5. Rete anticipatrice attiva.

Una rete che assomma le caratteristiche delle precedenti è la cosiddetta **rete a sella** indicata in **fig. 6**, caratterizzata da un guadagno unitario alle basse e alle alte frequenze.

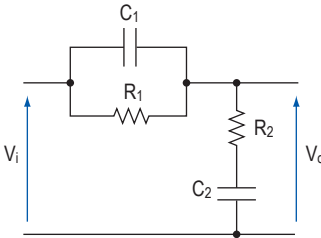


Fig. 6. Rete a sella.

Il nome deriva dalla forma del diagramma di Bode della sua funzione di trasferimento:

$$S(s) = \frac{(1 + s \cdot \tau_{z1}) \cdot (1 + s \cdot \tau_{z2})}{(1 + s \cdot \tau_{p1}) \cdot (1 + s \cdot \tau_{p2})}$$

se opportunamente dimensionata, poiché presenta i due zeri (ω_{z1S} , ω_{z2S} , **fig. 7**) posizionati all'interno dei due poli (ω_{p1S} , ω_{p2S}).

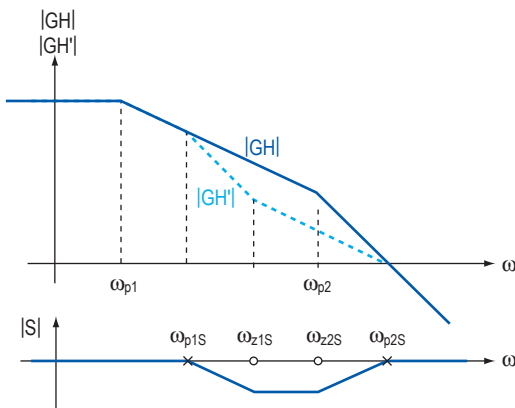


Fig. 7. Compensazione mediante rete a sella.

Inserita nell'anello, la prima coppia polo-zero riduce il guadagno in prossimità della pulsazione di taglio, mantenendo la pendenza a -20 dB/decade, men-

tre la coppia zero-polo, con lo zero che compensa il secondo polo della funzione d'anello, sposta a destra la seconda pulsazione di taglio, migliorando il margine di fase.

ESERCIZIO A

Si vuole migliorare il margine di fase di un sistema retroazionato, il cui guadagno d'anello $G \cdot H$ è riportato a tratto intero in **fig. 8**, ponendo in cascata a G una rete ritardatrice, così che il diagramma complessivo rispetti la linea tratteggiata. Avendo a disposizione condensatori da $1 \mu\text{F}$, determinare i valori delle resistenze della rete; valutare inoltre il miglioramento ottenuto sul margine di fase.

SOLUZIONE

Per ottenere la compensazione desiderata la rete correttiva deve presentare un polo a 10 rad/s e uno zero a 30 rad/s.

La funzione di trasferimento della rete ritardatrice passiva indicata in **fig. 9** vale:

$$R(s) = \frac{1 + s \cdot C \cdot R_2}{1 + s \cdot C \cdot (R_1 + R_2)}$$

con il polo:

$$\omega_{pR} = -\frac{1}{C \cdot (R_1 + R_2)}$$

più lento dello zero:

$$\omega_{zR} = -\frac{1}{C \cdot R_2}$$

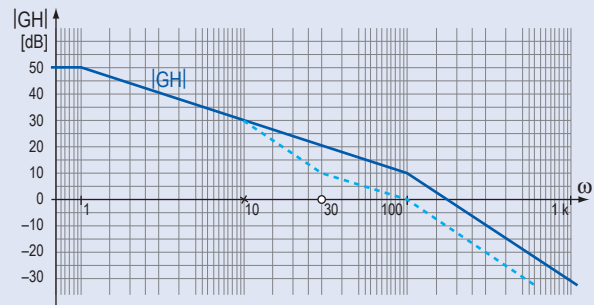


Fig. 8. Guadagno d'anello da compensare.

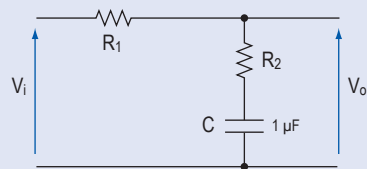


Fig. 9. Rete ritardatrice.

Sostituendo i valori desiderati si ottiene:

$$R_2 = 33,3 \text{ k}\Omega, R_1 = 66,6 \text{ k}\Omega$$

Senza la compensazione, la pulsazione di taglio vale circa 180 rad/s, con una fase:

$$\varphi_t = -\arctg\left(\frac{180}{1}\right) - \arctg\left(\frac{180}{100}\right) = -90^\circ - 61^\circ = -151^\circ$$

e un margine di fase:

$$m_\varphi = 180^\circ - |\varphi_t| = 180^\circ - 151^\circ = 29^\circ$$

Inserendo la rete corretttrice, la pulsazione critica si sposta a 100 rad/s, con:

$$\varphi_t = -\arctg\left(\frac{100}{1}\right) - \arctg\left(\frac{100}{100}\right) = -90^\circ - 45^\circ = -135^\circ$$

$$m_\varphi = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

ESERCIZIO B

Dimostrare che il circuito in **fig. 10** realizza una rete anticipatrice.

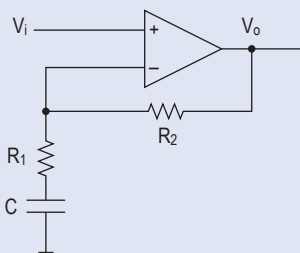


Fig. 10. Rete anticipatrice attiva.

SOLUZIONE

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{s \cdot C} = \frac{1 + s \cdot R_1 \cdot C}{s \cdot C}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_1 + R_2}{Z_1} = \frac{1 + s \cdot C \cdot (R_1 + R_2)}{1 + s \cdot C \cdot R_1}$$

lo zero della funzione di trasferimento:

$$z = -\frac{1}{C \cdot (R_1 + R_2)}$$

è più piccolo del polo:

$$p = -\frac{1}{C \cdot R_1}$$

pertanto si tratta di una rete anticipatrice con guadagno statico $k = 1$ e guadagno maggiore di uno per:

$$s \rightarrow \infty \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

ESERCIZIO C

Si vuole correggere il guadagno d'anello indicato a tratto intero in **fig. 11** in modo da ottenere l'andamento tratteggiato. Indicare una soluzione, dimensionando i componenti.

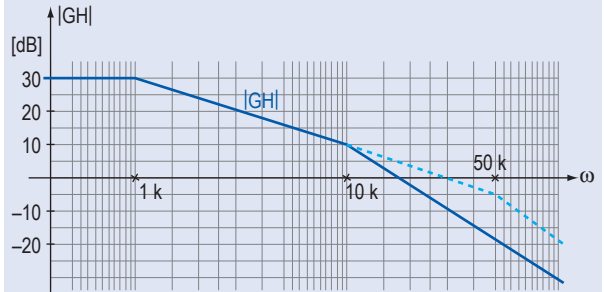


Fig. 11. Guadagno d'anello da compensare.

SOLUZIONE

Si tratta di compensare il secondo polo della funzione a 10 krad/s con uno zero, da recuperare poi con un polo a 50 krad/s. Serve una rete anticipatrice attiva, del tipo indicato in **fig. 10**. In questo modo il margine di fase alla pulsazione di taglio ($\omega_t = 30$ krad/s) risulta sicuramente maggiore di 45° .

I valori dei componenti si ottengono dai vincoli dello zero e del polo:

$$\frac{1}{C \cdot R_1} = 50 \cdot 10^3$$

$$\frac{1}{C \cdot (R_1 + R_2)} = 10 \cdot 10^3$$

Ponendo per esempio $C = 10$ nF si ottengono:

$$R_1 = 2,5 \text{ k}\Omega, R_2 = 7,5 \text{ k}\Omega$$

ESERCIZIO 1

Si vuole migliorare il margine di fase di un sistema retroazionato, il cui guadagno d'anello $G \cdot H$ è riportato a tratto intero in **fig. 12**, ponendo in cascata a G una rete ritardatrice, così che il diagramma complessivo rispetti la linea tratteggiata. Avendo a disposizione condensatori da $1 \mu\text{F}$, determinare i valori delle resistenze della rete.

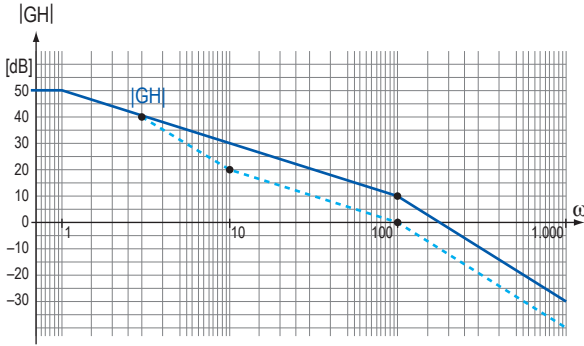


Fig. 12. Guadagno d'anello da compensare.

[Ris.: $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 23,3 \text{ k}\Omega$]

ESERCIZIO 2

Tracciare il diagramma di Bode della rete anticipatrice attiva riportata in fig. 13, supponendo $C = 10 \text{ nF}$; $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$.

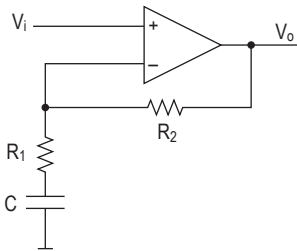


Fig. 13. Rete anticipatrice attiva.

[Ris.: vedi fig. 14]

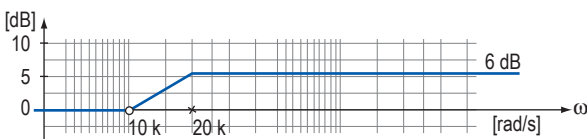


Fig. 14. Diagramma della rete anticipatrice.

ESERCIZIO 3

Si vuole correggere il guadagno d'anello indicato a tratto intero in fig. 12 senza perdere in banda, con uno zero per $\omega = 100 \text{ rad/s}$ e un polo ad $\omega = 1000 \text{ rad/s}$. Indicare una soluzione, dimensionando i componenti.

[Ris.: rete anticipatrice attiva (fig. 13); $C = 10 \text{ nF}$; $R_2 = 900 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$]

ESERCIZIO 4

Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ della rete in fig. 15 e individuarne il tipo.

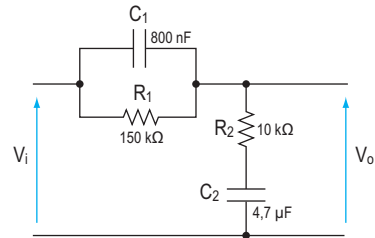


Fig. 15. Rete elettrica.

[Ris.: $G = \frac{(1 + s \cdot 0,047) \cdot (1 + s \cdot 0,12)}{s^2 \cdot 5,64 \cdot 10^{-3} + s \cdot 0,872 + 1}$; $p_1 = -1,15$; $z_1 = -8,3$; $z_2 = 21,3$; $p_2 = 153,5$; rete a sella]

Laboratorio: reti correttrici

Si vuole rilevare graficamente la risposta di alcune reti correttrici utilizzando il plotter in simulazione.

Rete ritardatrice

In **fig. 1** è riportato lo schema di una rete ritardatrice passiva.

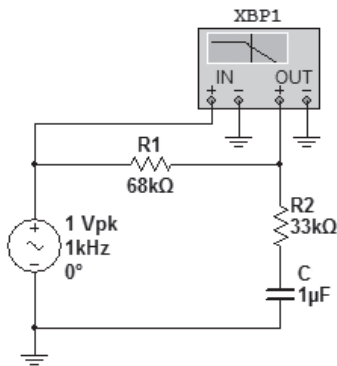


Fig. 1. Rete ritardatrice.

Calcolare la funzione di trasferimento e i valori delle grandezze caratteristiche indicate in **tab. 1**, e tracciare il diagramma di Bode del modulo utilizzando lo strumento Bode Plotter.

Tab. 1 – Grandezze caratteristiche	
Grandezza	Valore
F (s)	
Polo [Hz]	
Zero [Hz]	
Guadagno statico [dB]	

Perché la frequenza a -3 dB non coincide con il valore del polo calcolato?

Utilizzando il grafico della fase fornito dal Bode Plotter, determinare lo sfasamento massimo introdotto dalla rete:

$$\varphi_{\max} = \dots\dots$$

Rete anticipatrice passiva

In **fig. 2** è riportato lo schema di una rete anticipatrice passiva.

Calcolare la funzione di trasferimento e i valori delle grandezze caratteristiche indicate in **tab. 2**, e tracciare il diagramma di Bode del modulo utilizzando lo strumento Bode Plotter.

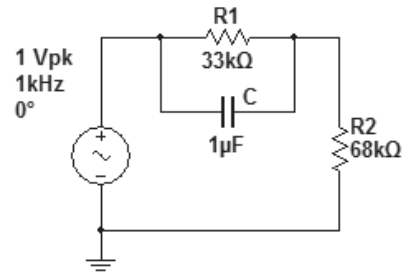


Fig. 2. Rete anticipatrice passiva.

Tab. 2 – Grandezze caratteristiche	
Grandezza	Valore
F (s)	
Polo [Hz]	
Zero [Hz]	
Guadagno statico [dB]	

Utilizzando il grafico della fase fornito dal Bode Plotter, determinare lo sfasamento massimo introdotto dalla rete:

$$\varphi_{\max} = \dots\dots$$

Rete anticipatrice attiva

In **fig. 3** è riportato lo schema di una rete anticipatrice attiva.

Calcolare la funzione di trasferimento e i valori delle grandezze caratteristiche indicate in **tab. 3**, e tracciare il diagramma di Bode del modulo utilizzando lo strumento Bode Plotter per confermare i risultati.

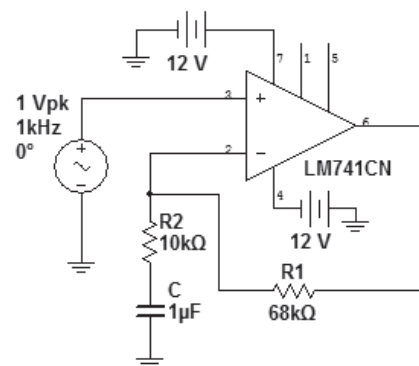


Fig. 3. Rete anticipatrice attiva.

Tab. 3 – Grandezze caratteristiche	
Grandezza	Valore
F (s)	
Zero [Hz]	
Polo [Hz]	
Guadagno statico [dB]	
Guadagno per $s \rightarrow \infty$ [dB]	

Utilizzando il grafico della fase fornito dal Bode Plotter, determinare lo sfasamento massimo introdotto dalla rete:

$$\varphi_{\max} = \dots\dots$$

Rete da individuare

Utilizzando lo strumento Bode Plotter tracciare il diagramma di Bode del modulo della funzione di trasferimento relativa al circuito in **fig. 4**.

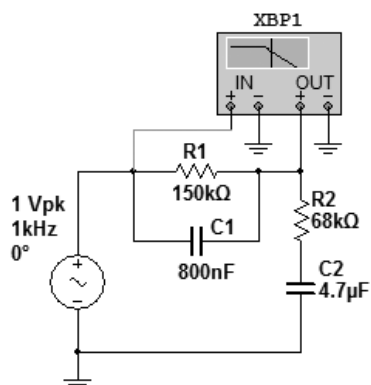


Fig. 4. Rete da individuare.

Di quale rete si tratta? Perché?