Risonanze meccaniche

Si consideri un azionamento a velocità costante composto da un servo sistema molto rapido, con il motore accoppiato al carico tramite cinghia dentata, e con l'encoder di retroazione posto sul motore.
Ad ogni variazione del riferimento di velocità, il servo drive pone in rotazione il motore il quale nel primo istante tende la cinghia senza muovere l'inerzia del carico. Rilevando una velocità superiore al previsto, l'azionamento riduce la coppia al motore, ma nel contempo l'aumento della tensione della cinghia rallenta il motore e l'azionamento aumenta di nuovo la coppia, e così via.
La macchina assume di fatto un comportamento oscillante, con il motore e il carico che continuano ad accelerare e rallentare.
La presenza di elasticità meccanica nell'accoppiamento tra motore e carico (ma anche tra motore e trasduttore) può dare quindi origine a oscillazioni nella risposta del sistema (**fig. 1**), con vibrazioni e rumori la cui frequenza è tanto minore quanto minore è la rigidità dell'accoppiamento (**tab. 1**).

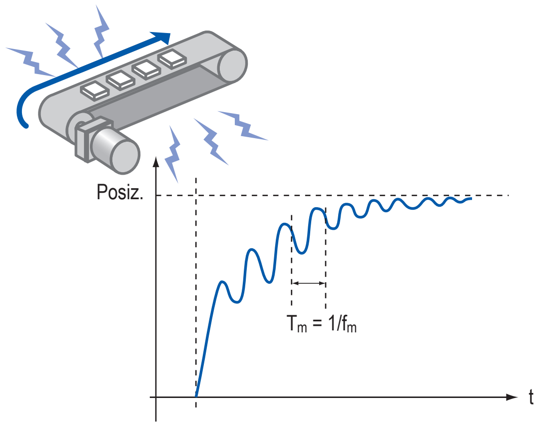

Fig. 1. *Vibrazioni e rumori in un accoppiamento mediante cinghia.*

Tab. 1 – Rigidità meccanica di alcuni sistemi di accoppiamento	
Modalità di accoppiamento	**Rigidità meccanica**
Vite a ricircolazione di sfere in accoppiamento diretto	4÷8
Vite a ricircolazione di sfere + cinghia di distribuzione	3÷6
Cinghia di distribuzione	2÷5
Riduttore o pignone e cremagliera	1÷3
Altre a bassa rigidità	1÷3

Per non stressare la meccanica si può ridurre il guadagno del regolatore (**tab. 2**), tanto più quanto più bassa è la frequenza delle oscillazioni (cioè la rigidità degli accoppiamenti), ma in questo modo si degrada la banda e di conseguenza la prontezza (sensibilità, *responsiveness*) dell'azionamento e si allungano i tempi di ciclo della lavorazione. Nel contempo si riduce la capacità del motore di reagire ai disturbi e alle variazioni improvvise del carico.

Tab. 2 – Esempio di riduzione del guadagno in funzione della rigidità dell'accoppiamento			
Accoppiamento	**Position loop gain**	**Velocity loop gain**	**Velocity loop integration time constant**
Vite a ricircolazione di sfere	100	50	50
Cinghia di distribuzione	50	25	50
Pignone e cremagliera	50	25	200÷500

Viceversa, è possibile mantenere inalterata la prontezza dell'azionamento migliorando la rigidità dell'accoppiamento.
Qualsiasi elemento di accoppiamento inserito tra motore e carico introduce uno sfasamento (un ritardo) tra i due movimenti, caratterizzato da un coefficiente di elasticità torsionale (k_t [Nm]) della trasmissione che, considerando l'inerzia del motore (J_m) e del carico (J_c), introduce una risonanza meccanica (vibrazione torsionale) alla frequenza:

$$f_m = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{J_m + J_c}{J_m \cdot J_c} \cdot k_t}$$

Per rendere inefficaci queste frequenze, mantenendole ben superiori alla banda dell'anello di velocità, soprattutto in presenza di carichi ad alta inerzia, occorre progettare la trasmissione tra motore e carico per la massima rigidità torsionale, senza giochi, avvicinando il più possibile la flangia motore, evitando accoppiamenti con chiavetta e utilizzando motori di maggior diametro e minor lunghezza (possibilmente con albero maggiorato), considerato che il coefficiente di elasticità torsionale di un albero di trasmissione in acciaio di diametro *d* e lunghezza libera *l* vale:

$$k_t = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d^4 \cdot 8 \cdot 10^{10}}{l}$$

dove $8 \cdot 10^{10}$ è il valore del coefficiente di rigidità dell'acciaio [N/m²].

Nella scelta del motore va considerato che i motori lunghi hanno un momento d'inerzia minimo e sono perciò da preferire per le applicazioni con alte accelerazioni su carichi a bassa inerzia, mentre i motori più corti presentano massima rigidità torsionale e vanno impiegati laddove il carico risulta di inerzia molte volte superiore a quella del motore.
Così come la precisione della regolazione è determinata dalla qualità del trasduttore, il limite alle prestazioni dinamiche del sistema è determinato dalla qualità degli accoppiamenti impiegati nella meccanica stessa che viene azionata. La velocità di risposta, e quindi la capacità di inseguire il riferimento con precisione, dipende difatti in modo critico dalla rigidezza della trasmissione.
Un'altra fonte di risonanze e vibrazioni è rappresentata dalla coppia resistente, detta *cogging torque* (coppia di impuntamento), dovuta alle variazioni di riluttanza magnetica e quindi del campo magnetico all'interno del motore stesso, causata dalla presenza dei denti delle cave statoriche. Questa coppia lavora a strappi e limita sia la stabilità di velocità e posizione, sia il controllo della minima variazione di coppia. La sua incidenza può essere ridotta sagomando e inclinando opportunamente le cave statoriche, ed elevandone la frequenza aumentando il numero di poli del rotore.

ESERCIZIO A

Un motore brushless di inerzia $J_m = 1 \cdot 10^{-4}$ kgm^2 trascina un resolver tramite un piccolo albero in acciaio, come indicato in **fig. 2**.

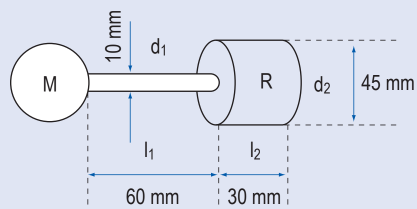

Fig. 2. *Brushless con resolver.*

Valutando in 8000 kg/m^3 la densità del resolver, determinare la frequenza di risonanza del sistema, trascurando l'inerzia dell'alberino.

SOLUZIONE

Considerato che il valore del coefficiente di rigidità dell'acciaio vale $8 \cdot 10^{10}$ N/m^2, il coefficiente di elasticità torsionale dell'albero di trasmissione in acciaio è:

$$k_t = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_1^4 \cdot 8 \cdot 10^{10}}{l_1} = \frac{\pi \cdot 0{,}01^4 \cdot 8 \cdot 10^{10}}{32 \cdot 0{,}06} = 1310 \text{ Nm}$$

Inerzia del resolver:

$$J = \frac{\pi}{2} \cdot \rho \cdot l_2 \cdot r_2^4 = \frac{\pi}{2} \cdot 8000 \cdot 0{,}03 \cdot \left(\frac{0{,}045}{2}\right)^4 = 96{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$$

Frequenza di risonanza del sistema motore-albero-resolver:

$$f_m = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{J_m + J_c}{J_m \cdot J_c} \cdot k_t} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(100 + 96{,}6) \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 96{,}6 \cdot 10^{-6}} \cdot 1310} = 821{,}8 \text{ Hz}$$

ESERCIZIO 1

Un motore brushless di inerzia $J_m = 1 \cdot 10^{-4}$ kgm^2 trascina un carico di inerzia otto volte superiore tramite un albero in acciaio lungo 10 cm e di 2 cm di diametro.
Determinare la frequenza di risonanza dell'insieme.

[Ris.: 1892 Hz]