

Azionamento da compensare o controllare (con Multisim)

L'azionamento a velocità variabile schematizzato in **fig. 1**, composto da una scheda di potenza (P) con ritardo 10 ms e da un motore (M) con riduttore (R), risulta soggetto a variazioni nella coppia di lavorazione (d) che incidono in modo inaccettabile sulla qualità del prodotto finito.

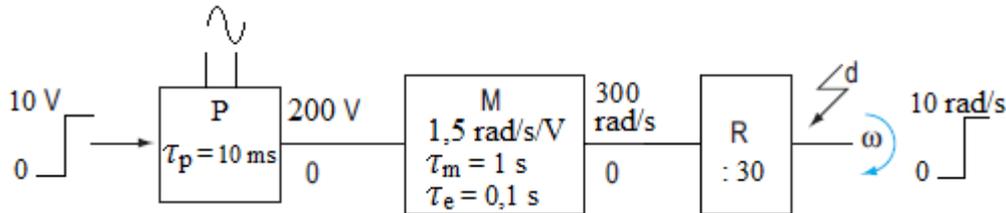


Fig. 1. Azionamento da mettere a punto.

Si richiede pertanto di ridurre di 20 volte l'efficacia dei disturbi, retroazionando il sistema con una dinamo con rapporto 200 rpm/10 V e di proporre l'inserimento di una rete di compensazione oppure di un controllore PID che migliorino le prestazioni dinamiche e la stabilità del sistema retroazionato.

ESPERIENZA PRATICA

Il sistema non retroazionato

Il blocco P ha guadagno:

$$P = \frac{200 \text{ V}}{10 \text{ V}} = 20$$

e ritardo $\tau_p = 10 \text{ ms}$, perciò:

$$P(s) = 20 \cdot e^{-js \cdot 0,01}$$

Scomponendo l'esponenziale in serie di Mc Laurin:

$$e^{\tau s} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\tau s)^n = 1 + \tau s + \frac{(\tau s)^2}{2} + \frac{(\tau s)^3}{6} + \dots$$

considerato il piccolo valore di τ è ragionevole limitarsi alla prima potenza, ottenendo:

$$e^{-s \cdot 0,01} = \frac{1}{1 + 0,01s}$$

$$P(s) = 20 \cdot e^{-js \cdot 0,01} = \frac{20}{1 + s \cdot 10 \text{ ms}}$$

La funzione di trasferimento del sistema non retroazionato vale pertanto:

$$G = \frac{20 \cdot 1,5 / 30}{(1 + s \cdot \tau_p) \cdot (1 + s \cdot \tau_m) \cdot (1 + s \cdot \tau_e)}$$

$$G = \frac{1}{(1 + 0,01s) \cdot (1 + s) \cdot (1 + 0,1s)}$$

con guadagno statico $1 = 0 \text{ dB}$, $p_1 = -1$, $p_2 = -10$, $p_3 = -100$

Simulazione del sistema

In simulazione, per semplicità, la funzione del terzo ordine del guadagno può essere scomposta in tre blocchi Funzione di Trasferimento Multisim (*Sources* → *CONTROL_FUNCTION_BLOCKS* → *TRANSFER_FUNCTION_BLOCK*) in cascata tra loro (**fig. 2**), ciascuno del primo ordine, con i parametri settati come indicato in **tab. 1**.

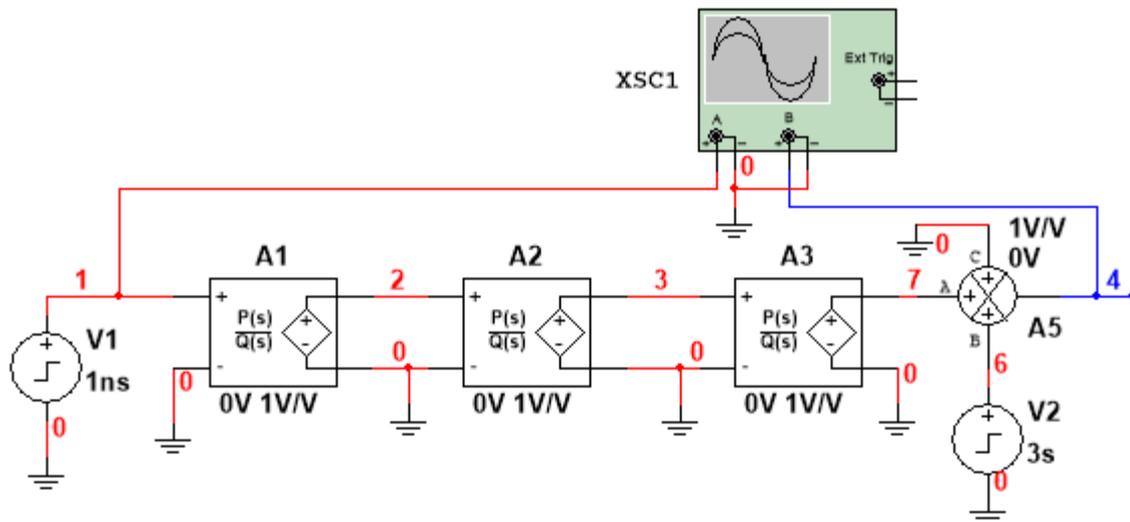


Fig. 2. Simulazione della funzione di guadagno.

Tab. 1 - Parametri dei blocchi FdT Multisim

Parametri	A1	A2	A3
K	1	1	1
A0	1	1	1
A1 ...	0	0	0
B0	1	1	1
B1	0,01 (τ_p)	0,1 (τ_e)	1 (τ_m)
B2 ...	0	0	0

Il generatore V1 è un gradino da 10 V e rappresenta la grandezza di comando.

Il generatore V2 è un gradino da - 2 V, interviene dopo 3 s e rappresenta il disturbo sull'uscita, sommato tramite il nodo sommatore Sources → CONTROL_FUNCTION_BLOCKS → VOLTAGE_SUMMER.

La risposta al gradino è estremamente lenta: dopo 1 s è al 60% della dinamica (fig. 3) e impiega circa 3 s per raggiungere il 95% (fig. 4).

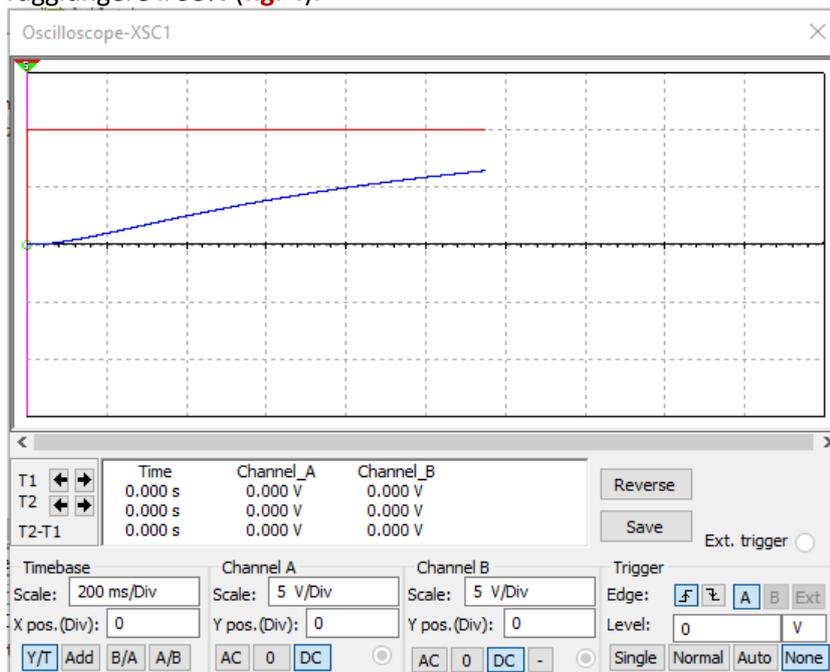


Fig. 3. Risposta al gradino del sistema non retroazionato.

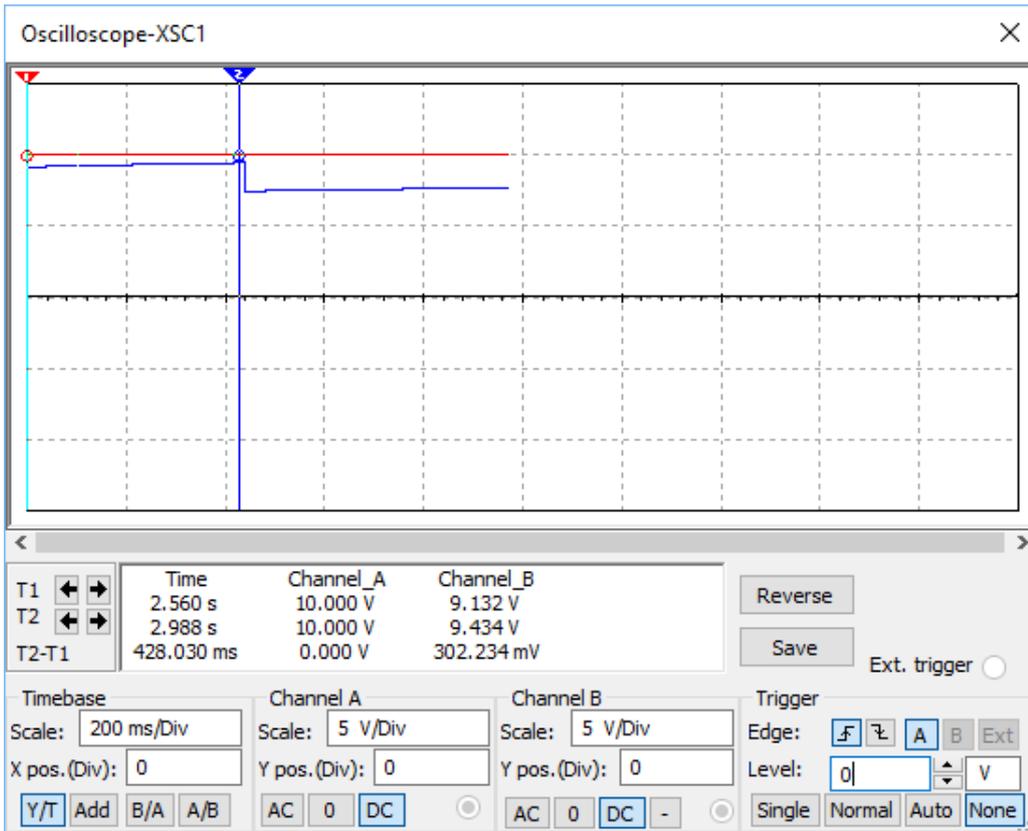


Fig. 4. Il sistema raggiunge il 95% dopo circa 3 s.

Il disturbo da -2 V sull'uscita incide per intero (**fig. 5**).

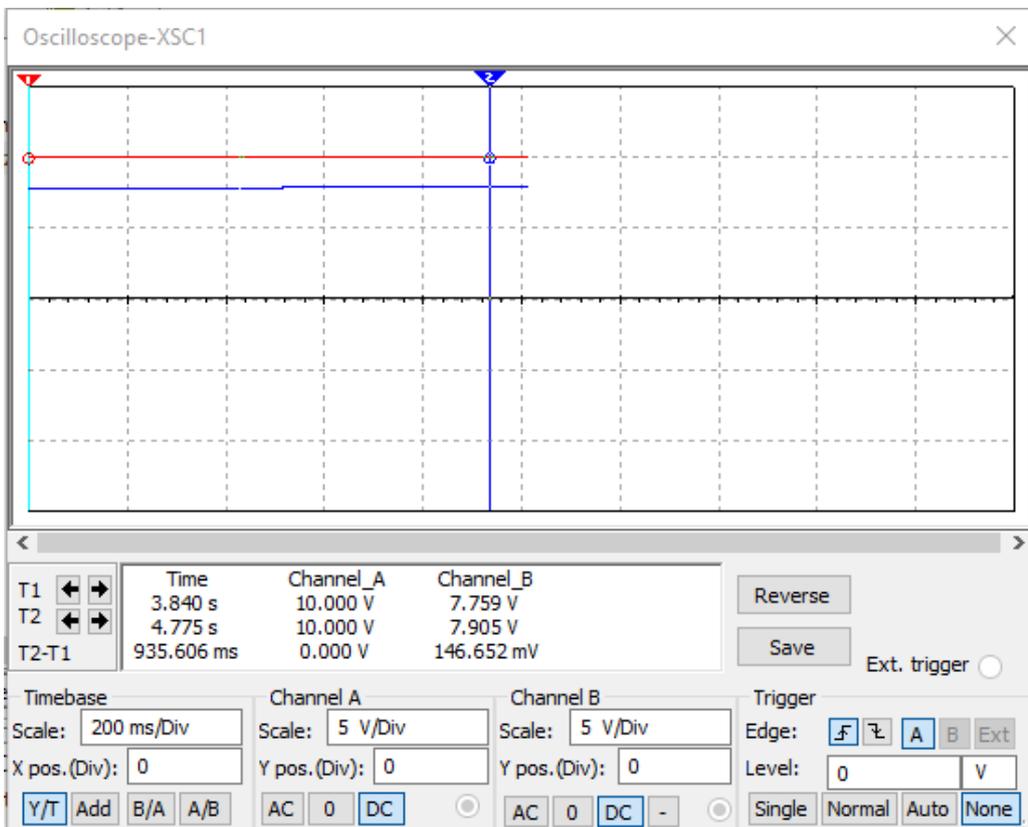


Fig. 5. Il disturbo incide per -2 V sull'uscita.

ESPERIENZA PRATICA

Il sistema retroazionato

Analisi statica

Per rispettare le richieste statiche del problema, il sistema retroazionato deve rispettare due vincoli:

1. **mantenere unitario il guadagno complessivo**

$$\frac{10 \text{ rad/s}}{10 \text{ V}} = 1 \text{ rad/Vs}$$

2. **ridurre di 20 volte l'effetto dei disturbi sull'uscita.**

La dinamo da utilizzare in retroazione presenta un guadagno:

$$D = \frac{10 \text{ V}}{200 \text{ rpm}} = \frac{10 \text{ V}}{20,94 \text{ rad/s}} = 0,477 \text{ Vs/rad}$$

Indicando con G il guadagno della linea di andata e con H quello di ritorno, poiché la retroazione riduce il guadagno complessivo del sistema da G a $\frac{G}{1+G \cdot H}$, bisogna probabilmente aggiungere blocchi di amplificazione sulle linee di andata (X, **fig. 6**) e di ritorno (Y).

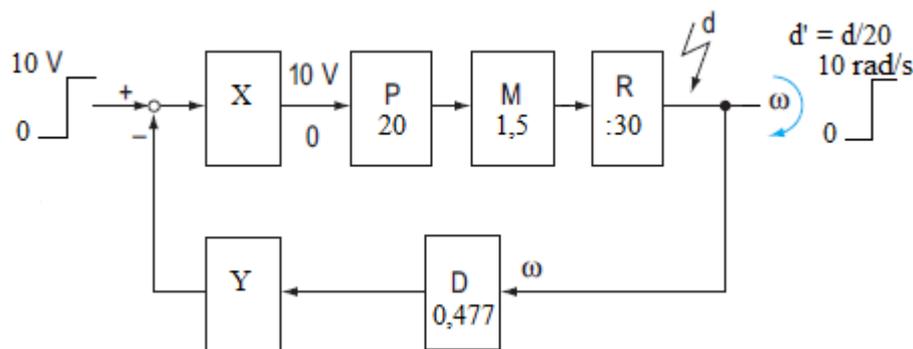


Fig. 6. Sistema retroazionato.

Sapendo che l'effetto dei disturbi sull'uscita si riduce del guadagno d'anello, deve essere:

$$\begin{cases} \frac{G}{1+G \cdot H} = 1 \\ \frac{1}{1+G \cdot H} = \frac{1}{20} \end{cases} \begin{cases} G = 20 \\ G \cdot H = 19 \end{cases} \begin{cases} X \cdot P \cdot M \cdot R = \frac{X \cdot 20 \cdot 1,5}{30} = 20 \\ G \cdot D \cdot Y = 19 \end{cases} \begin{cases} X = 20 \\ Y = 1,99 \end{cases}$$

Analisi dinamica

La funzione di trasferimento dell'anello G·H vale:

$$G \cdot H = \frac{19}{(1+s \cdot \tau_p) \cdot (1+s \cdot \tau_m) \cdot (1+s \cdot \tau_e)}$$

$$G \cdot H = \frac{19}{(1+0,01s) \cdot (1+s) \cdot (1+0,1s)}$$

con guadagno statico $19 = 25,6 \text{ dB}$, e poli $p_1 = -1$, $p_2 = -10$, $p_3 = -100$

Tracciandone il diagramma di Bode approssimato (**fig. 7**) si rileva $\omega_t = 13 \text{ rad/s}$



Fig. 7. Diagramma di Bode approssimato del guadagno d'anello.

$$\varphi_t = -\arctg\left(\frac{13}{1}\right) - \arctg\left(\frac{13}{10}\right) - \arctg\left(\frac{13}{100}\right) = -85,6 - 52,4 - 7,4 = -145,4^\circ$$

Il margine di fase

$$m_\varphi = 180^\circ - |\varphi_t| = 180^\circ - 145,4^\circ = 34,6^\circ$$

risulta troppo basso.

Simulazione di G-H

Come già in precedenza, si scompone la funzione del terzo ordine del **guadagno d'anello G-H** in tre blocchi in cascata (fig. 8), ciascuno del primo ordine, con i parametri settati come indicato in **tab. TT**.

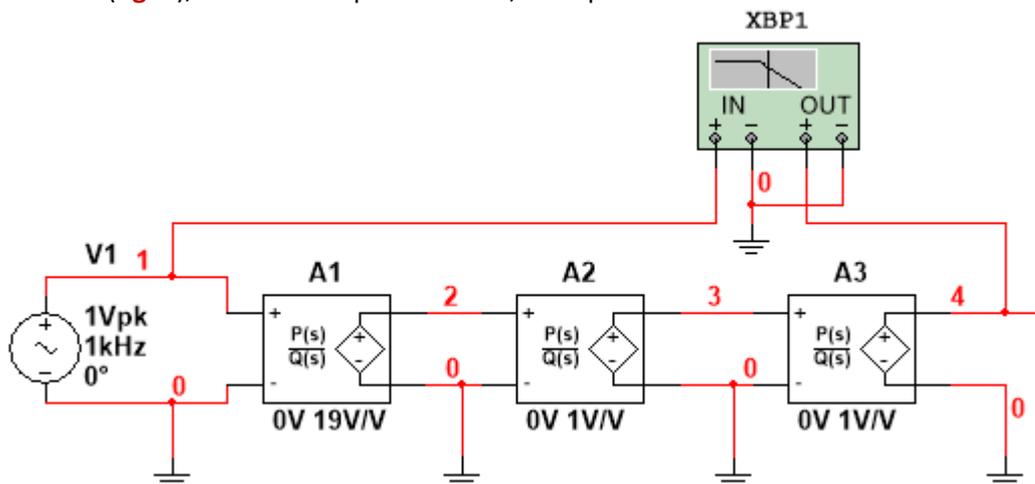


Fig. 8. Simulazione della funzione di trasferimento G-H.

Tab. 2 - Parametri dei blocchi FdT Multisim			
Parametri	A1	A2	A3
K	19	1	1
A0	1	1	1
A1 ...	0	0	0
B0	1	1	1
B1	1 (τ_m)	0.1 (τ_e)	0.01 (τ_p)
B2 ...	0	0	0

Lo strumento Bode Plotter evidenzia per il guadagno una frequenza di taglio (a 0 dB) $f_t = 1,9 \text{ Hz} \rightarrow \omega_t = 1,9 \cdot 2 \cdot \pi = 12 \text{ rad/s}$ (fig. 9) e una fase $\varphi_t = -142^\circ$ (fig. 10).

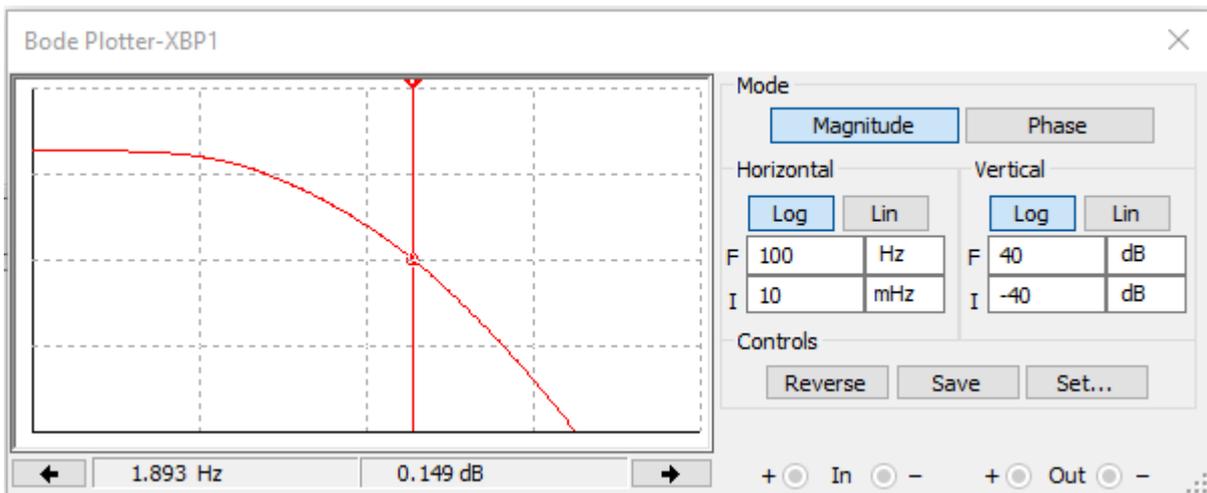


Fig. 9. Grafico del guadagno di $G \cdot H$.

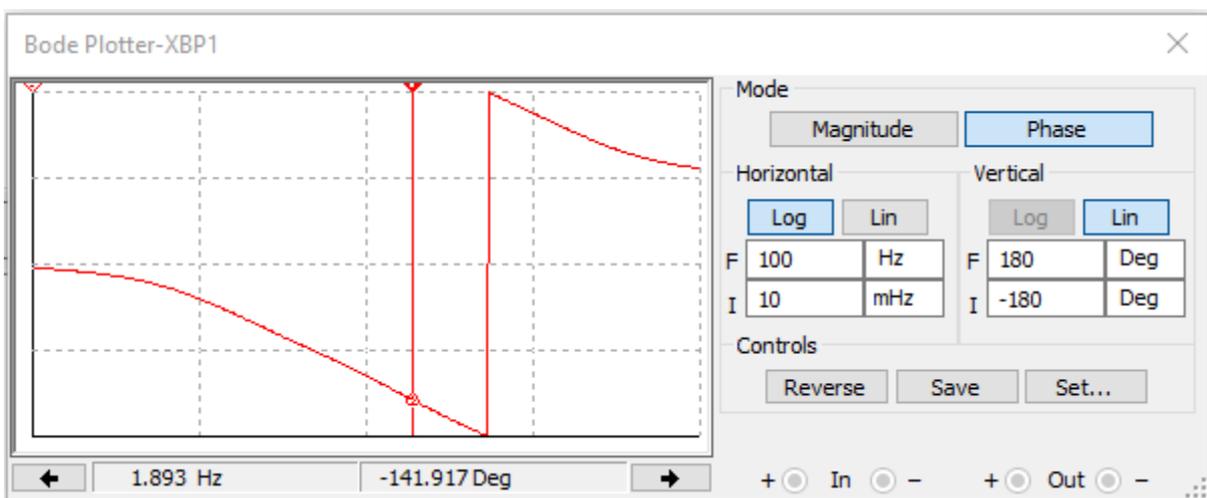


Fig. 10. Grafico della fase di $G \cdot H$.

Il margine di fase rilevato:

$$m_{\varphi} = 180^{\circ} - |\varphi_t| = 180^{\circ} - 142^{\circ} = 38^{\circ}$$

è basso.

Simulazione di $G/(1+G\cdot H)$

Il sistema retroazionato risulta scomponibile in quattro blocchi semplici (fig. 11), con i parametri indicati in tab. 3.

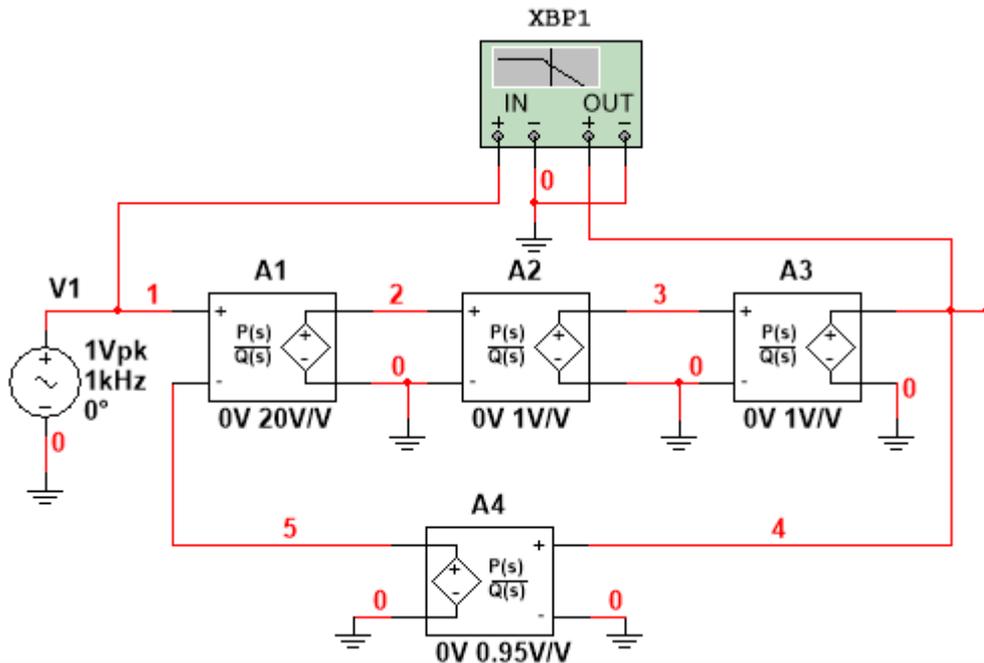


Fig. 11. Simulazione del sistema retroazionato $G/(1+G\cdot H)$.

Tab. 3 - Parametri dei blocchi FdT Multisim

Parametri	A1	A2	A3	A4
K	20	1	1	0.95
A0	1	1	1	1
A1 ...	0	0	0	0
B0	1	1	1	1
B1	1 (τ_m)	0.1 (τ_e)	0.01 (τ_p)	0
B2 ...	0	0	0	0

La funzione di trasferimento $G/(1+G\cdot H)$ del sistema retroazionato presenta un pericoloso aumento del guadagno in prossimità della frequenza di taglio (fig. 12).

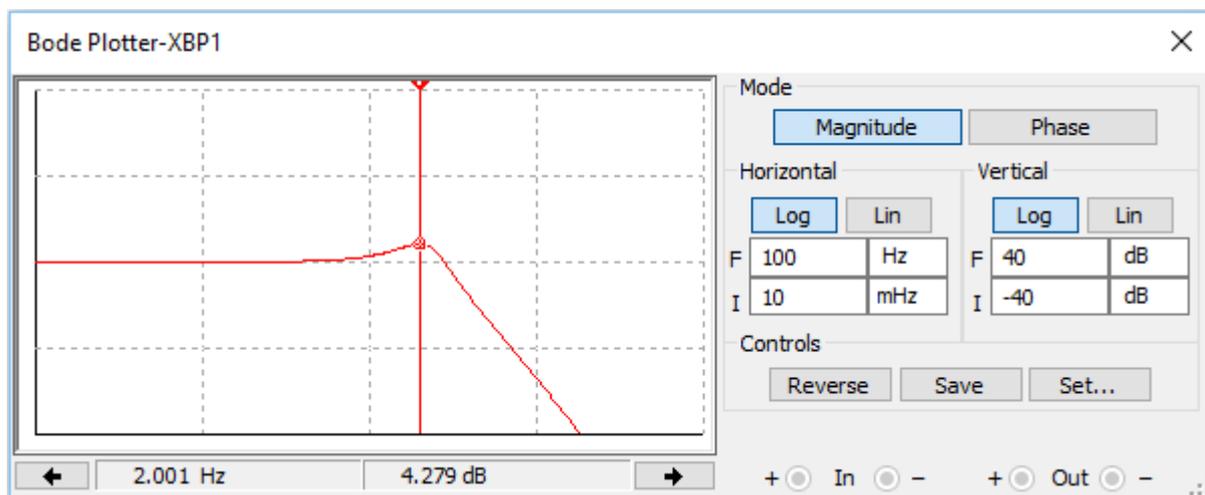


Fig. 12. Funzione di trasferimento $G/(1+G\cdot H)$.

Sostituendo il generatore sinusoidale in ingresso con uno STEP_VOLTAGE da 0-10 V, mediante un oscilloscopio si rileva difatti che la risposta al transitorio (fig. 13) presenta un overshoot del 34% e un tempo di assestamento entro il 5% di circa 0,6 s.

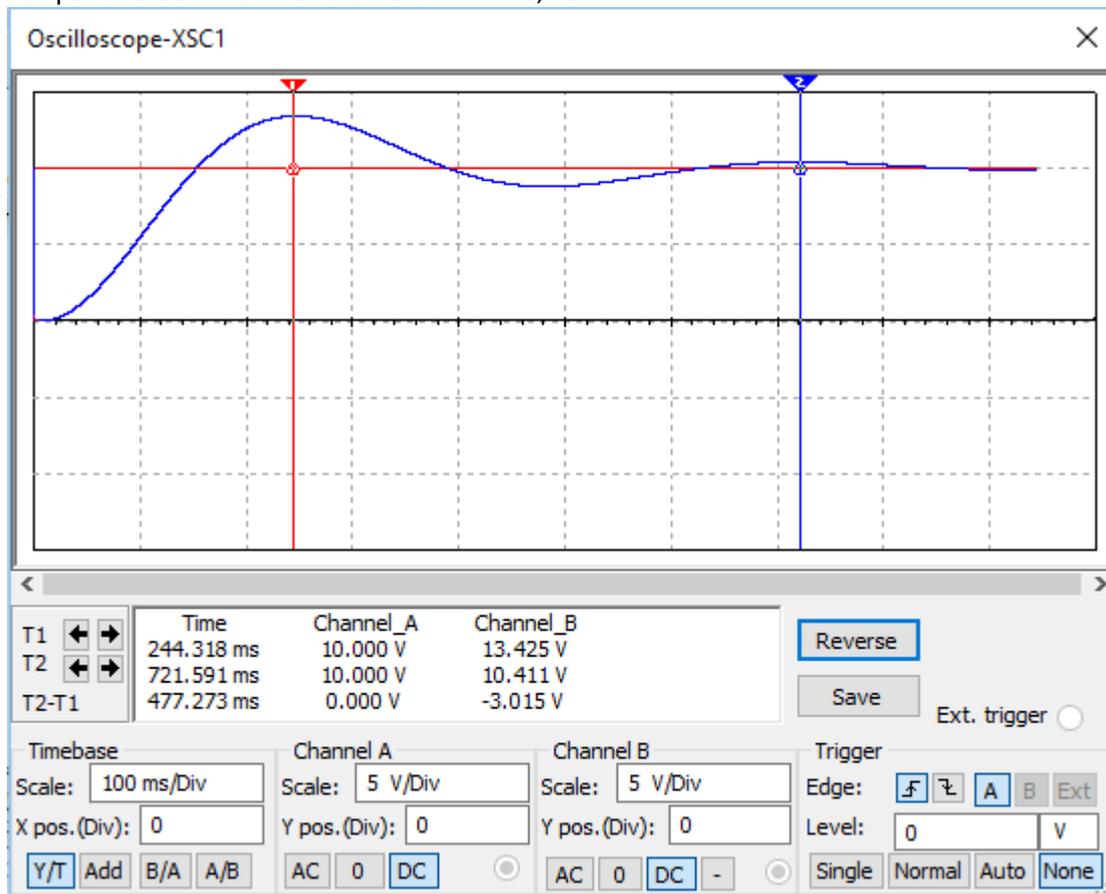


Fig. 13. Risposta al transitorio del sistema retroazionato $G/(1+G\cdot H)$.

Osservazioni

La retroazione ha reso il sistema più rapido ad assestarsi, ma più nervoso.

Aggiungendo un disturbo costante da -2 V (fig. 14), che interviene sull'uscita dopo 1 s dall'inizio dell'analisi (fig. 15), questo viene recuperato entro 1 s ed incide solo per $10 - 9,9 = 0,1$ V, pari a $1/20$ del suo valore.

Il sistema è quindi meno sensibile ai disturbi statici.

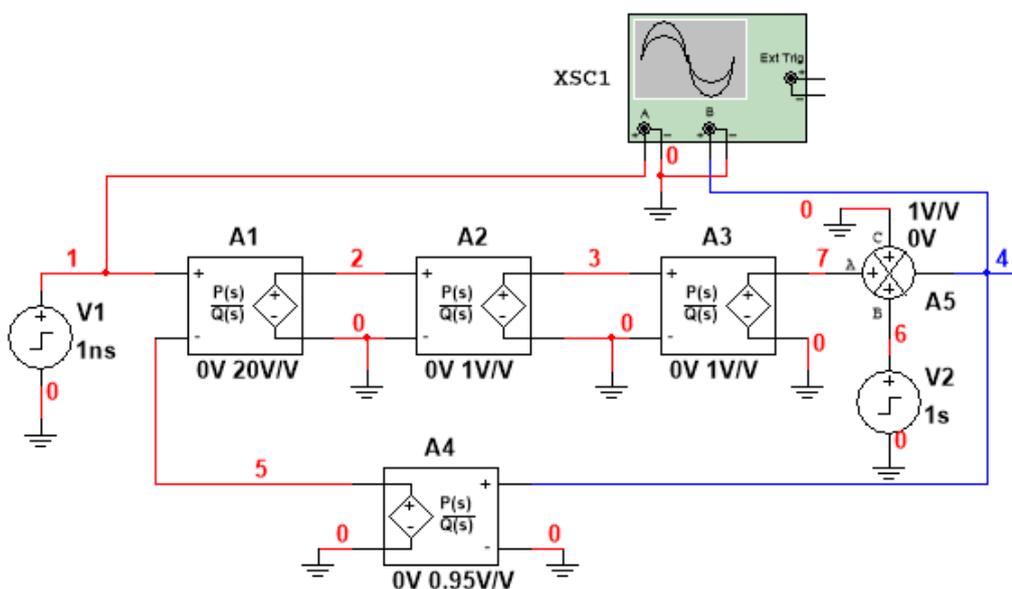


Fig. 14. Sistema retroazionato, con disturbo in uscita.

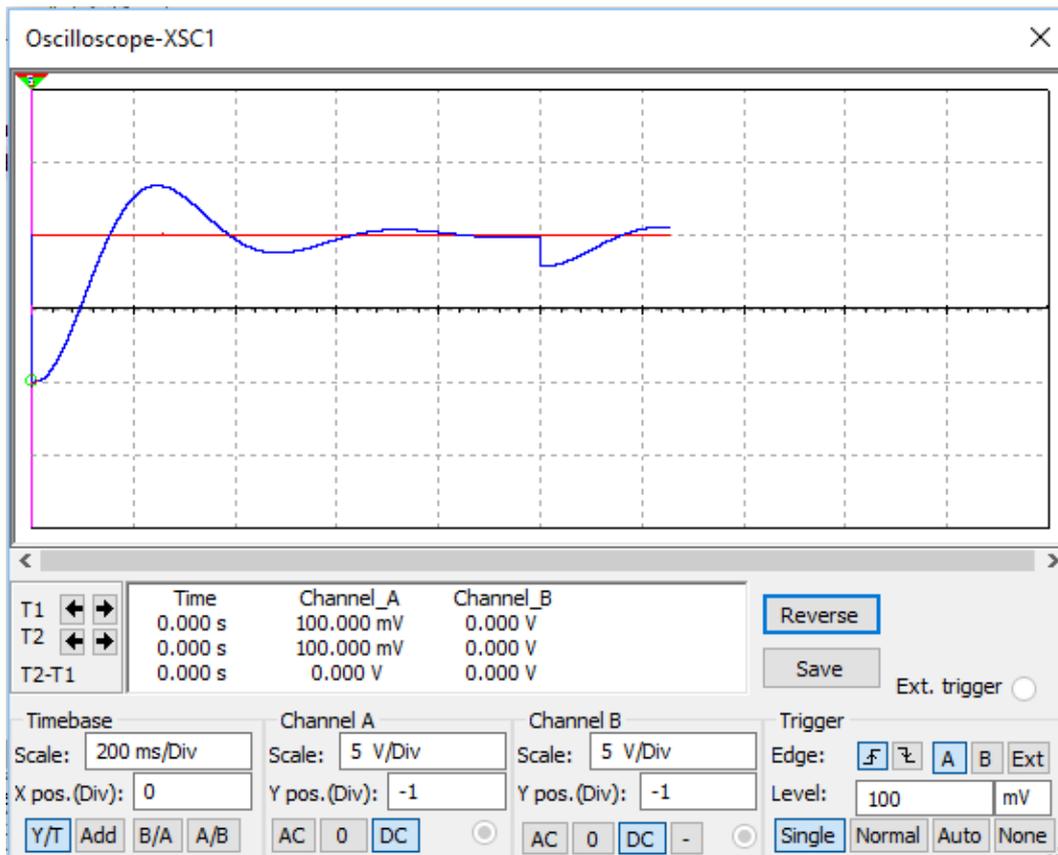


Fig. 15. Effetto del disturbo da -2 V sull'uscita dopo 1 s dall'inizio dell'analisi.

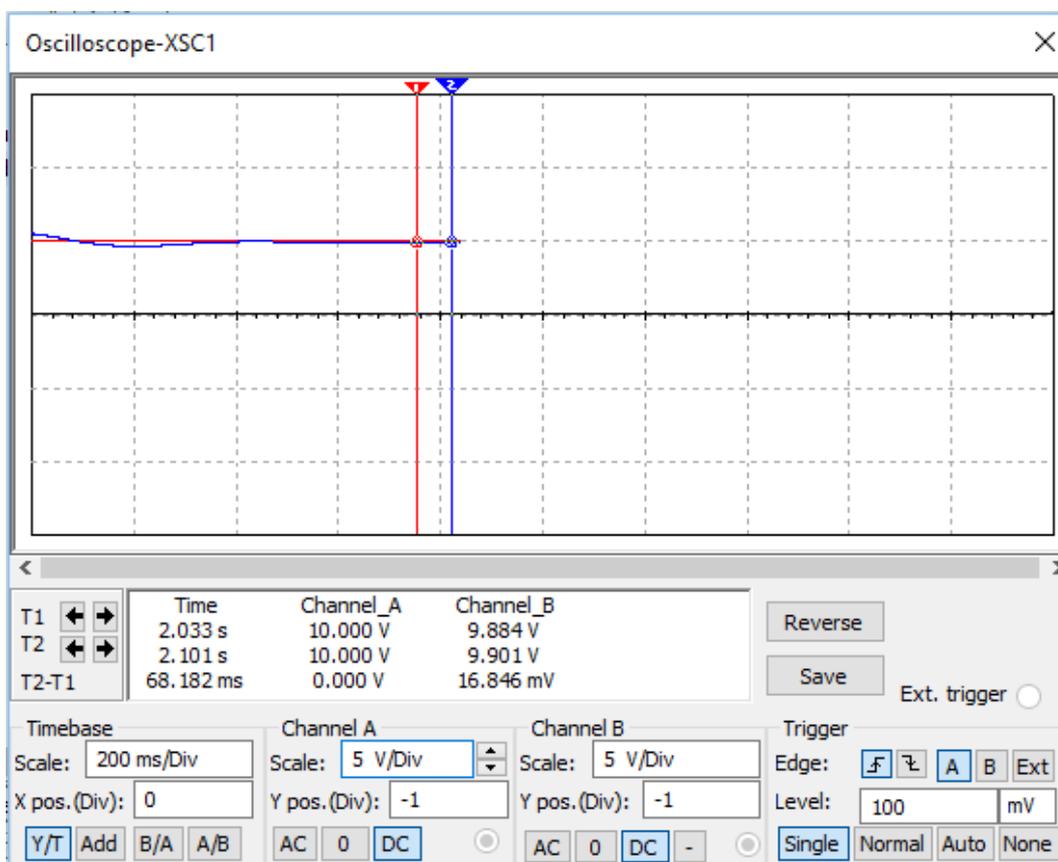


Fig. 16. Al termine, il disturbo da -2 V incide per -0,1 V.

ESPERIENZA PRATICA

Rete Ritardatrice

Inserendo sulla linea di andata una rete ritardatrice passiva (R) con polo a 0,3 e zero a 1 (**fig. 17**), la pulsazione di taglio del guadagno d'anello GHR si sposta a 6 rad/s (si riduce la banda).

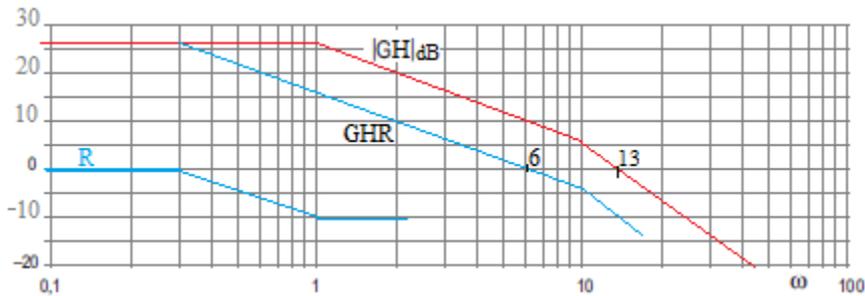


Fig. 17. Diagramma di Bode del guadagno d'anello GHR.

$$\varphi_t = -\arctg\left(\frac{6}{0,3}\right) - \arctg\left(\frac{6}{10}\right) - \arctg\left(\frac{6}{100}\right) = -87,1 - 31 - 3,4 = -121,5^\circ$$

Il margine di fase:

$$m_\varphi = 180^\circ - |\varphi_t| = 180^\circ - 121,5^\circ = 58,5^\circ$$

risulta accettabile.

La funzione di trasferimento della rete ritardatrice passiva (**fig. 18**) vale:

$$R(s) = \frac{1 + s \cdot C \cdot R_2}{1 + s \cdot C \cdot (R_1 + R_2)}$$

con il polo $\omega_{pR} = -\frac{1}{C \cdot (R_1 + R_2)}$ più lento (che si fa sentire prima) dello zero $\omega_{zR} = -\frac{1}{C \cdot R_2}$

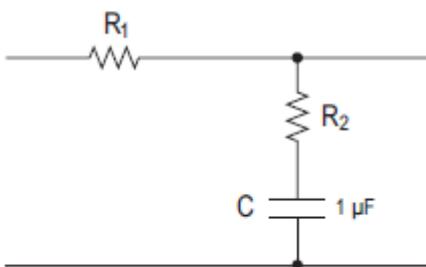


Fig. 18. Rete ritardatrice.

Scegliendo $C = 1 \mu\text{F}$, e imponendo $\omega_{pR} = 0,3$ e $\omega_{zR} = 1$ si ottiene $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, $R_1 = 2,33 \text{ M}\Omega$

Simulazione

La funzione di trasferimento della rete ritardatrice proposta vale:

$$R(s) = \frac{1 + s}{1 + s \cdot 3,33}$$

e può essere simulata con il blocco A6 (**fig. 19**) configurato con i parametri indicati in **tab. 4**.

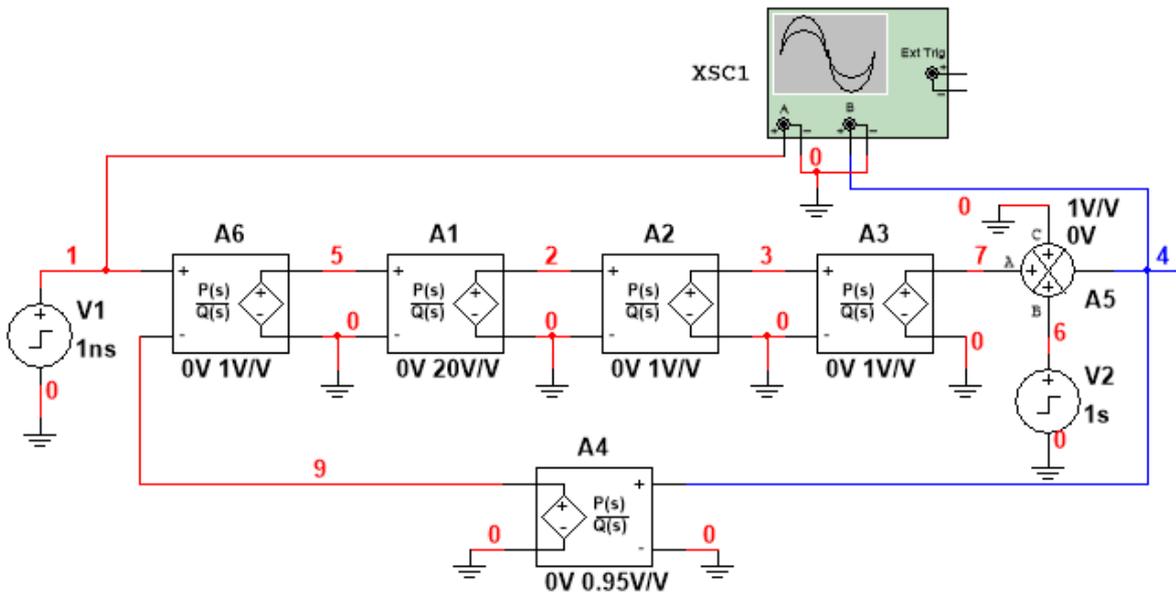


Fig. 19. Aggiunta della rete ritardatrice.

Tab. 4 - Parametri per la simulazione della rete ritardatrice

Parametri	A6
K	1
A0	1
A1	1
A2 ...	
B0	1
B1	3.33
B2 ...	0

Sottoposto a transitorio, il sistema retroazionato $GR/(1+GHR)$ risulta più lento rispetto a prima (si assesta in più di 0,8 s, **fig. 20**) e meno nervoso (l'overshoot si è ridotto all'8%).

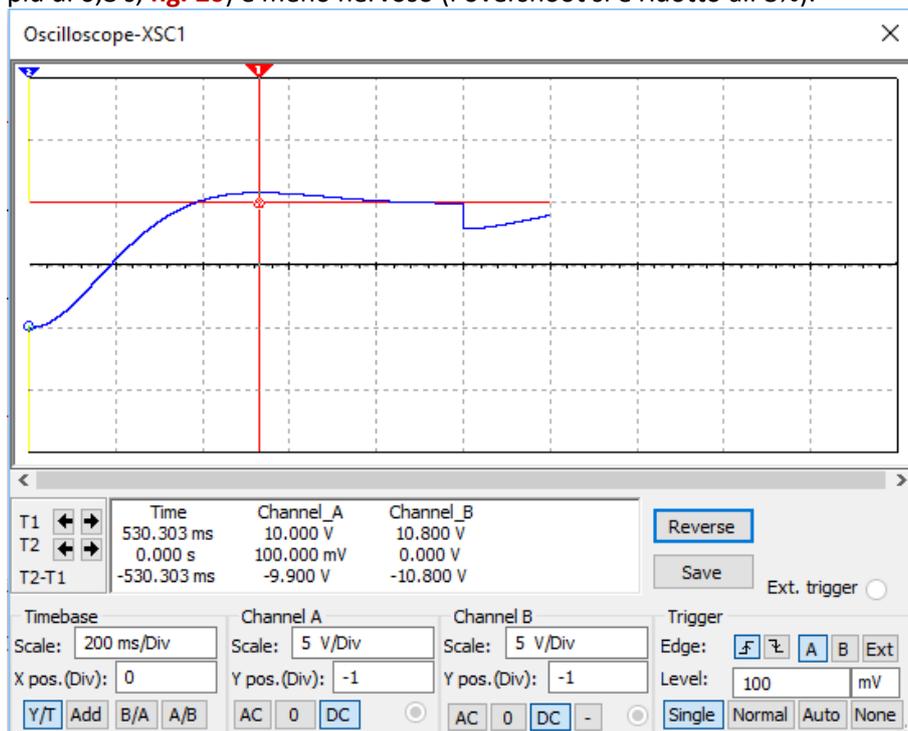


Fig. 20. Risposta al transitorio del sistema con rete ritardatrice.

ESPERIENZA PRATICA**Rete Anticipatrice**

Utilizzando invece una rete anticipatrice attiva (A, "attiva" per non cambiare il guadagno statico del sistema) con zero a 10 rad/s e polo a 30, la pulsazione di taglio si sposta a 20 rad/s (fig. 21).



Fig. 21. Diagramma di Bode del guadagno d'anello GHA.

$$\varphi_t = -\arctg\left(\frac{20}{1}\right) - \arctg\left(\frac{20}{30}\right) - \arctg\left(\frac{20}{100}\right) = -87,1 - 33,7 - 1,1 = -121,9^\circ$$

Il margine di fase risulta di valore accettabile:

$$m_\varphi = 180^\circ - |\varphi_t| = 180^\circ - 121,9^\circ = 58,1^\circ$$

La funzione di trasferimento della rete anticipatrice attiva (fig. 22) vale:

$$A(s) = \frac{1 + s \cdot C \cdot (R_1 + R_2)}{1 + s \cdot C \cdot R_1}$$

con lo zero $\omega_{zA} = -\frac{1}{C \cdot (R_1 + R_2)}$ più lento del polo $\omega_{pA} = -\frac{1}{C \cdot R_1}$

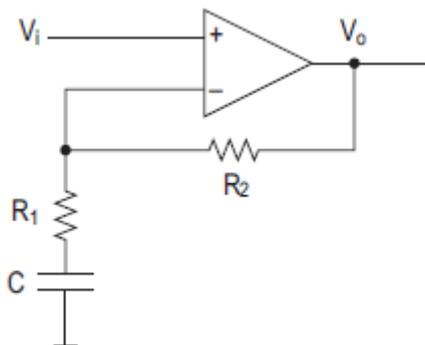


Fig. 22. Rete anticipatrice attiva.

I valori dei componenti della rete si ottengono dalle:

$$\frac{1}{C \cdot (R_1 + R_2)} = 10$$

$$\frac{1}{C \cdot R_1} = 30$$

Scegliendo $C = 1 \mu\text{F}$, si ottiene $R_1 = 33,3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 66,6 \text{ k}\Omega$

Simulazione

La funzione di trasferimento della rete anticipatrice proposta vale:

$$A(s) = \frac{1 + 0,1 \cdot s}{1 + s \cdot 0,0333}$$

e può essere simulata con il blocco A6 (fig. 23) configurato con i parametri indicati in tab. 5.

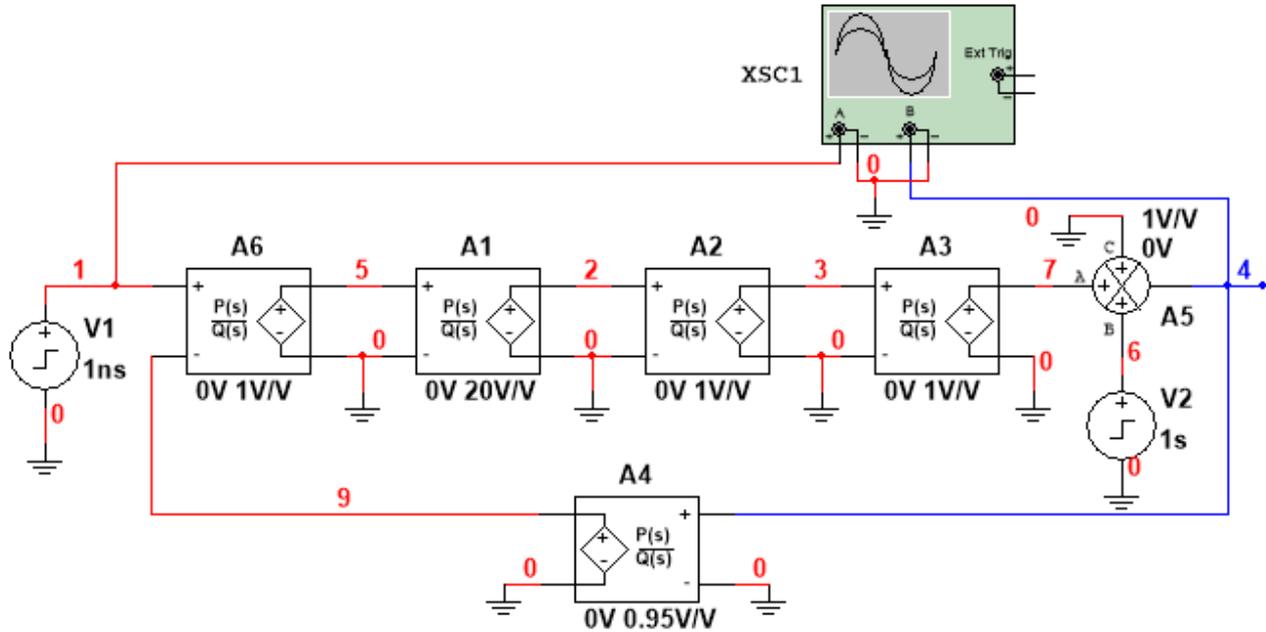


Fig. 23. Aggiunta della rete anticipatrice.

Tab. 5 - Parametri per la simulazione della rete anticipatrice	
Parametri	A6
K	1
A0	1
A1	0.1
A2 ...	
B0	1
B1	0.0333
B2 ...	0

Sottoposto a transitorio, il sistema retroazionato $GA/(1+GHA)$ si assesta più velocemente (circa 0,4 s, fig. 24) ma con un overshoot maggiore (15%) e recupera il disturbo in 0,2 s (l'overshoot si è ridotto all'8%).

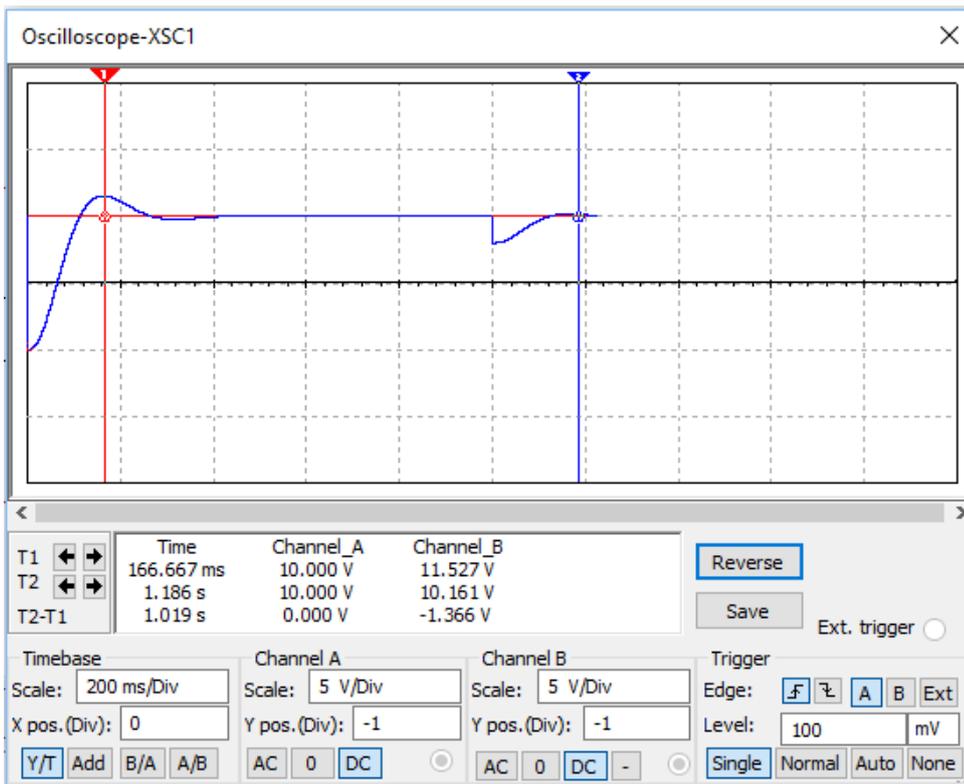


Fig. 24. Risposta al transitorio del sistema con rete anticipatrice.

ESPERIENZA PRATICA

Regolatore PID

Per migliorare la risposta del sistema in esame, anziché una rete di compensazione, si può utilizzare un regolatore PID (fig. 25) considerando che la funzione PID è già presente negli azionamenti e quindi non si avrebbero costi aggiuntivi.

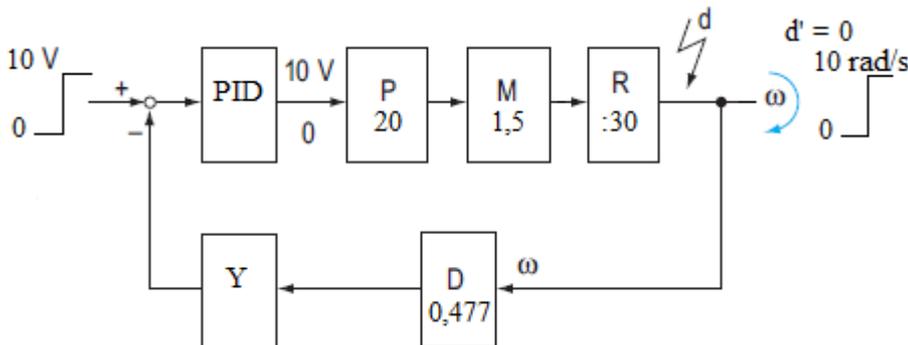


Fig. 25. Sistema controllato con regolatore PID.

Poiché la sezione integrale del regolatore PID tende ad annullare l'errore statico, il blocco di retroazione (Y·D) deve riportare 10 V quando la velocità di rotazione è di 10 rad/s, perciò deve avere guadagno unitario.

$$Y \cdot D = 1$$

$$Y = \frac{1}{0,477} = 2,1$$

La funzione di trasferimento di un regolatore PID vale:

$$PID = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \cdot s = \frac{s^2 \cdot k_d + s \cdot k_p + k_i}{s}$$

I coefficienti possono essere determinati elaborando il guadagno d'anello PID·GH con il **metodo di Haalman**:

$$\frac{s^2 \cdot k_d + s \cdot k_p + k_i}{s} \cdot 20 \cdot e^{-0,01 \cdot s} \cdot \frac{1,5/30}{(1+s) \cdot (1+0,1 \cdot s)} \cdot 0,477 \cdot 2,1 = \frac{2}{3 \cdot 0,01 \cdot s} \cdot e^{-0,01 \cdot s}$$

$$(s^2 \cdot k_d + s \cdot k_p + k_i) \cdot \frac{1}{(1+s) \cdot (1+0,1 \cdot s)} = \frac{2}{3 \cdot 0,01}$$

$$s^2 \cdot k_d + s \cdot k_p + k_i = 66,6 \cdot (1+s) \cdot (1+0,1 \cdot s)$$

$$s^2 \cdot k_d + s \cdot k_p + k_i = 66,6 \cdot s^2 + 73,3 \cdot s + 66,6$$

$$k_d = 66,6$$

$$k_p = 73,3$$

$$k_i = 66,6$$

oppure dalle:

$$T_i = \tau_1 + \tau_2 = 1,1 \text{ s}$$

$$T_d = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{T_i} = \frac{1 \cdot 0,1}{1,1} = 0,091$$

$$k_p = \frac{2 \cdot T_i}{3 \cdot t_d \cdot k} = \frac{2 \cdot 1,1}{3 \cdot 0,01 \cdot 1} = 73,3$$

Simulazione

Per la simulazione, serve un blocco regolatore PID (*Sources* → *CONTROL_FUNCTION_BLOCKS* → *PID_CONTROLLER*, **fig. 26**), che comanda l'azionamento (A1) e il motore con riduttore (A2, A3), settati con i parametri indicati in **tab. 6**.

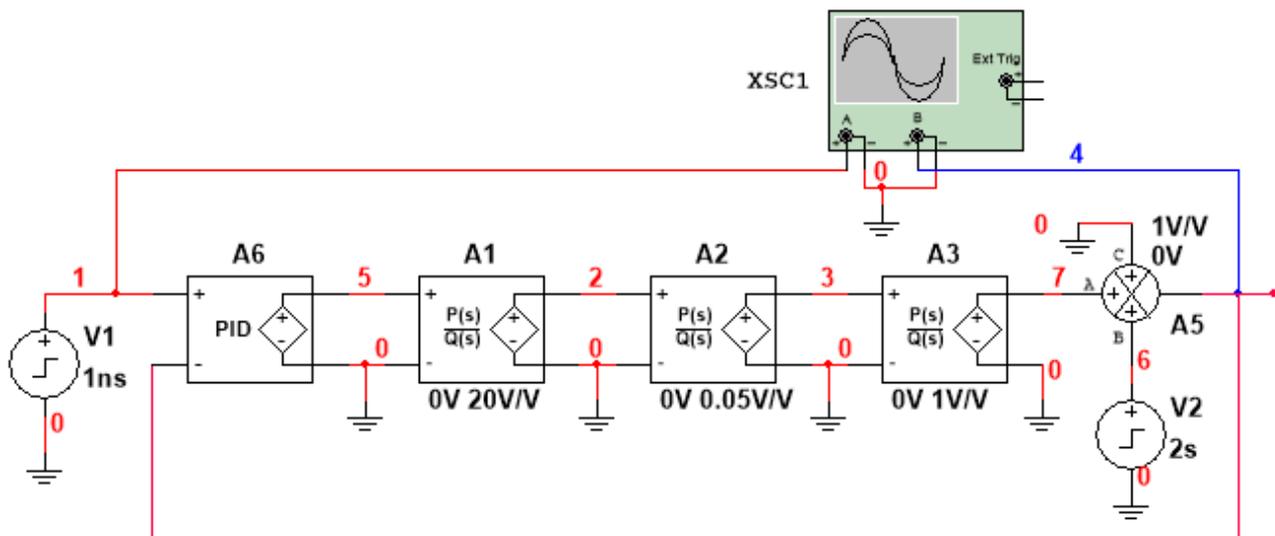


Fig. 26. Controllo tramite regolatore PID.

Tab. 6 - Parametri dei blocchi FdT Multisim			
Parametri	A1	A2	A3
K	20	$1,5/30 = 0,05$	1
A0	1	1	1
A1 ...	0	0	0
B0	1	1	1
B1	$0,01 (\tau_p)$	$0,1 (\tau_e)$	$1 (\tau_m)$
B2 ...	0	0	0

La retroazione, essendo a guadagno unitario e senza costanti di tempo, può essere sostituita con una linea diretta.

Il disturbo V2 da -2 V interviene dopo 2 s.

Una volta inseriti i parametri nel blocco PID (**fig. 27**), con tensione di saturazione ± 15 V (considerato che tutti gli azionamenti sopportano un 150% della potenza nominale per alcuni secondi), la risposta al transitorio (**fig. 28** e **fig. 29**) mostra un'eccessiva durata della sovraelongazione, dovuta probabilmente ad un eccessivo fattore integrale.

Label	Display	Value	Fault	Pins	Variant	User fields
Proportional gain (kp):		73.3				
Integral gain (ki):		66.6				
Derivative gain (kd):		66.6				
Output voltage upper limit (VU):		15				V
Output voltage lower limit (VL):		-15				V

Fig. 27. Parametri di settaggio iniziale del regolatore PID.

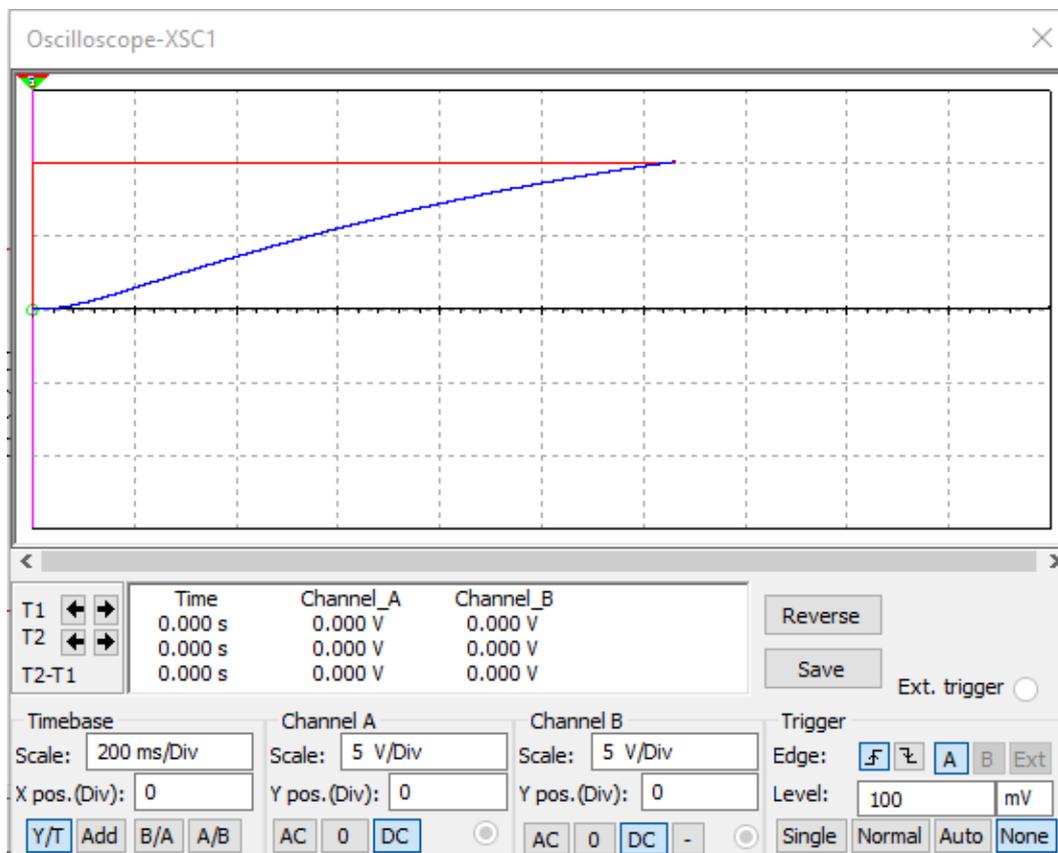


Fig. 28. Risposta al transitorio con regolatore PID.

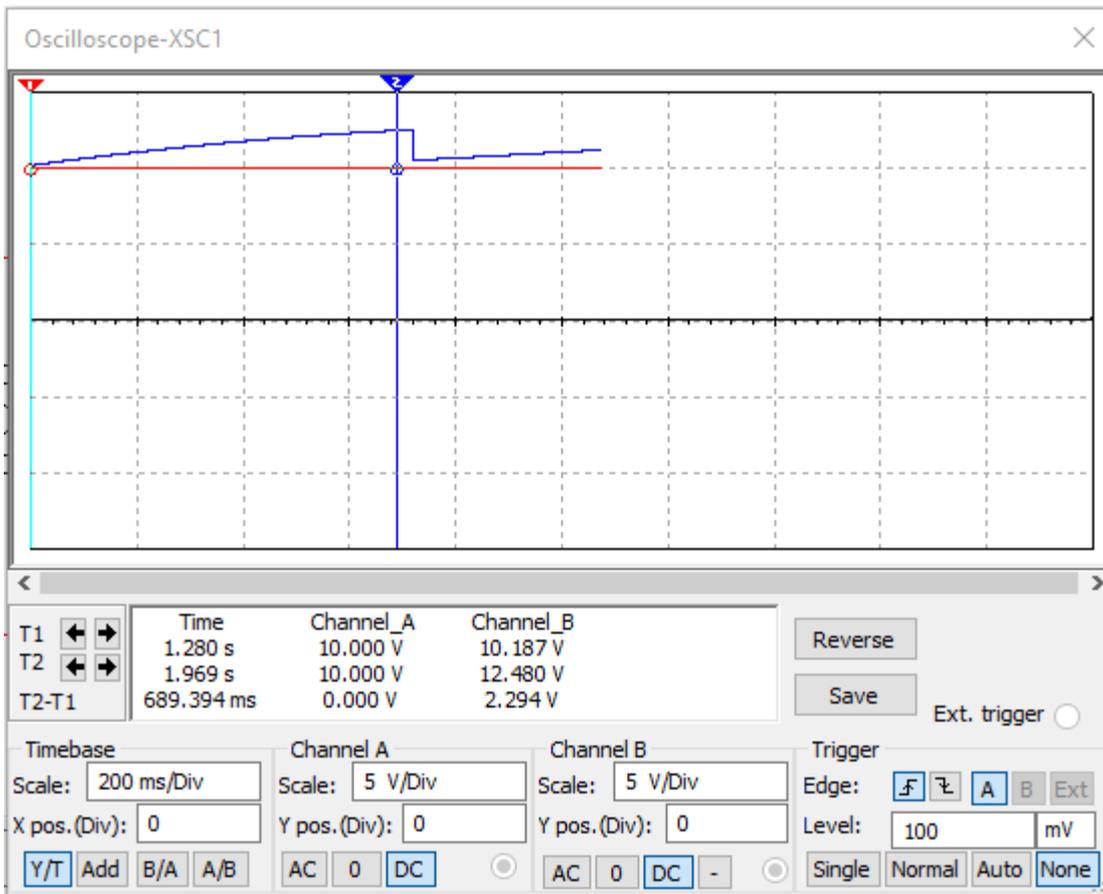


Fig. 29. Risposta al transitorio con regolatore PID.

Si tratta quindi di aggiustare i valori dei tre coefficienti di guadagno fino a trovare una risposta soddisfacente, tenendo presente il loro effetto sui diversi parametri della risposta (**tab. 7**) e che sono tra loro interdipendenti, ovvero cambiando il valore di uno di loro cambia anche l'effetto degli altri due.

Tab. 7 - Effetto dei singoli guadagni del regolatore PID sulla risposta al transitorio				
Guadagno	Rise time	Overshoot	Settling time	Errore statico
k_p	↓	↑	-	↓
K_i	↓	↑	↑	lo elimina
K_d	-	↓	↓	-

Per esempio, con $k_d = 0$, $k_p = 80$, $k_i = 10$

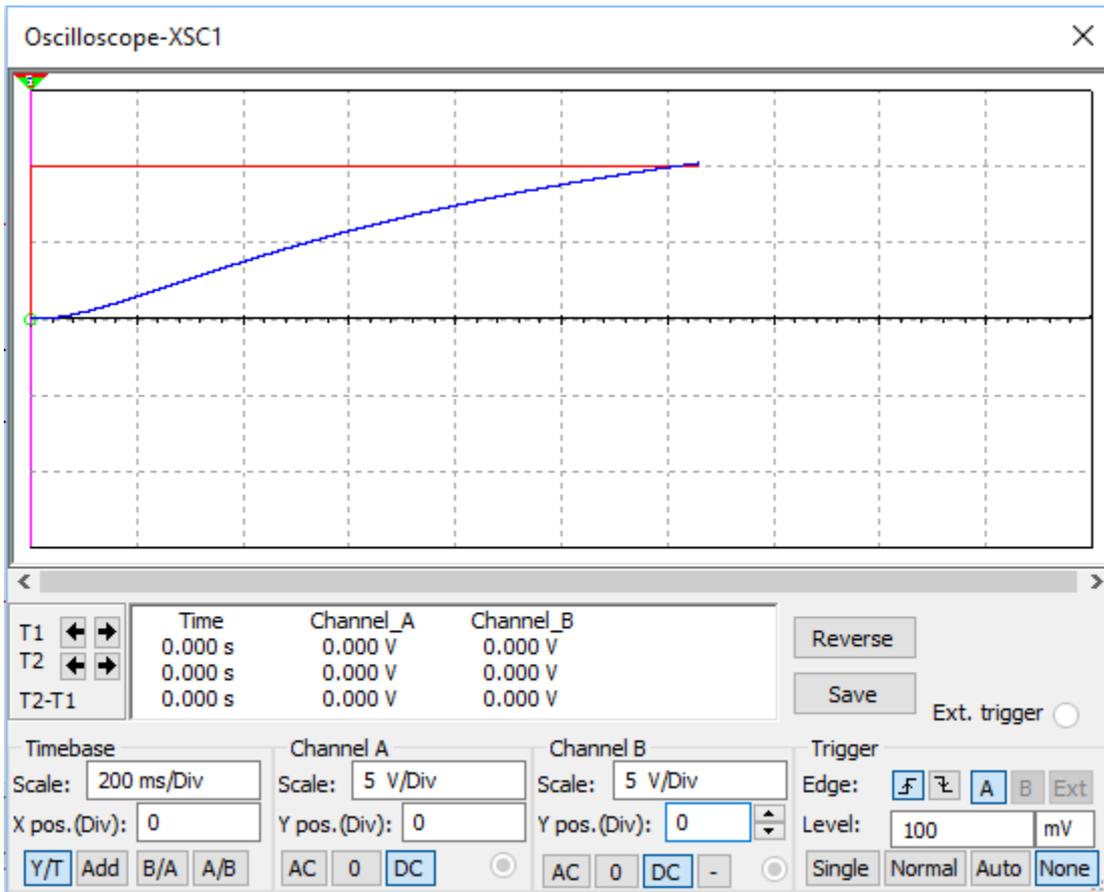


Fig. 30.

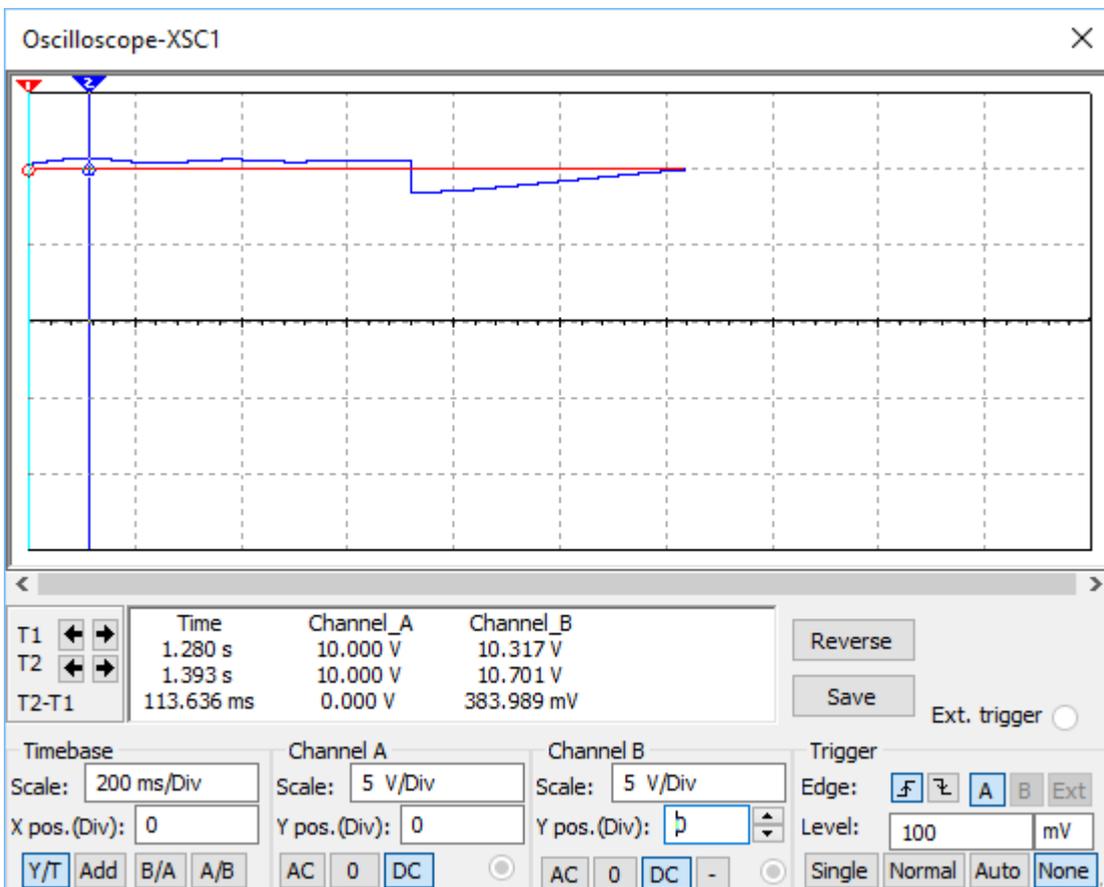


Fig. 31.