Marco Maganuco
TECNOLOGIE MECCANICHE E APPLICAZIONI

La gaussiana

La funzione gaussiana è un particolare tipo di funzione matematica avente struttura del tipo:

$$f(x) = a \cdot e^{-\frac{(x-b)^2}{c^2}}$$

in cui x indica la variabile indipendente mentre $a > 0$, b, c rappresentano coefficienti reali.

Nell'**analisi statistica** la curva gaussiana è spesso utilizzata come funzione per descrivere la **densità di probabilità**. In questa formulazione, i tre coefficienti assumono determinati valori esprimibili per mezzo dei parametri μ e σ, rispettivamente chiamati **valore medio** e **deviazione standard**.

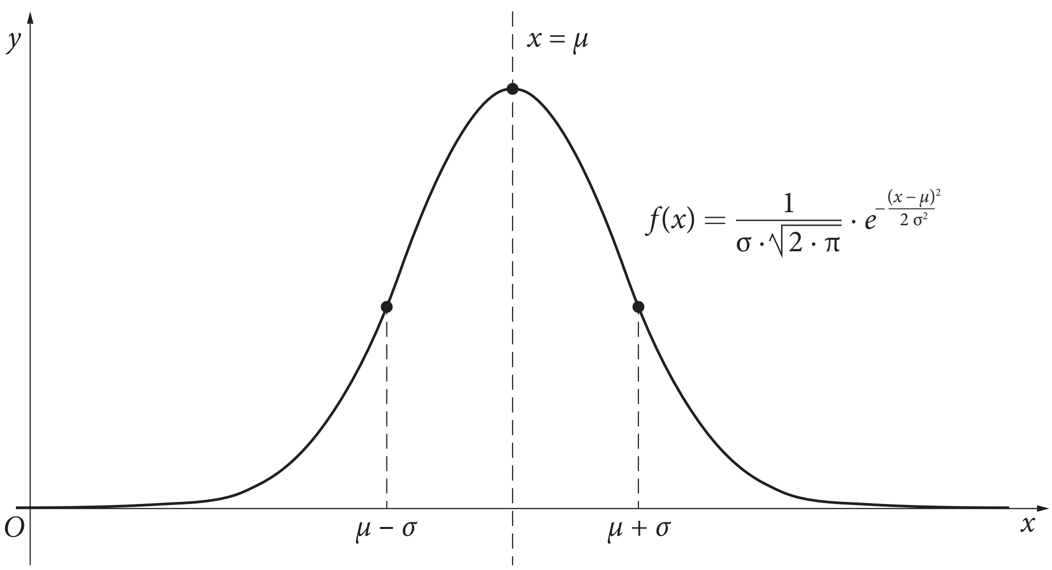
$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

in cui

$$\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} = a$$
$$\mu = b$$
$$\sigma = c$$

Il grafico di questa funzione è quello a **campana** caratteristico di ogni gaussiana, in cui i parametri μ e σ assumono un ben determinato significato.
Il grafico possiede infatti tre caratteristiche:

- risulta simmetrico rispetto alla retta $x = \mu$;
- ha un punto di massimo in corrispondenza di $x = \mu$;
- ha due punti di flesso in corrispondenza di $x = \mu \pm \sigma$.



Definiti due punti x_1 e x_2 sull'ascissa, l'area sottesa alla curva all'interno dell'intervallo da essi racchiuso rappresenta il **valore di probabilità** p calcolato con l'integrale

$$p = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

Si osservi, inoltre, che l'integrale

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

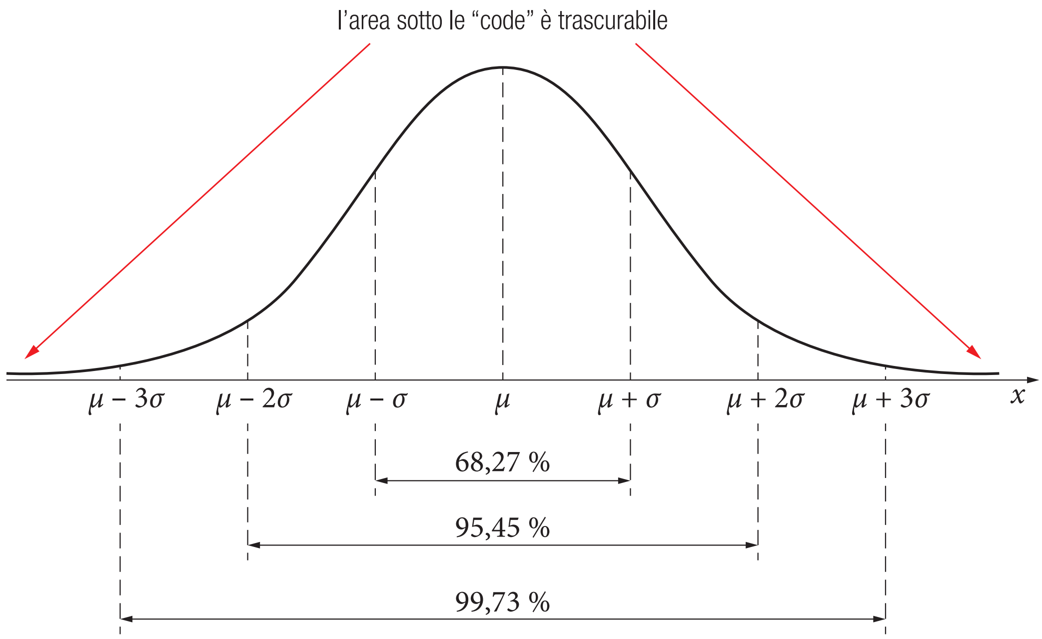
calcolato tra i due infiniti dà come risultato una probabilità $p = 1$ (ossia il 100%).

La gaussiana in questa forma ha un'**importante proprietà**.
Data una qualsiasi curva definita da determinati valori di μ e σ, risulta sempre che

$$p = \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx = 0{,}6827 = 68{,}27\%$$

$$p = \int_{\mu-2\sigma}^{\mu+2\sigma} f(x)dx = 0{,}9545 = 95{,}45\%$$

$$p = \int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} f(x)dx = 0{,}9973 = 99{,}73\%$$



Intervalli tipici della normale.

Da questo discendono due considerazioni.
La prima è che oltre **2/3 dell'area** sottesa alla curva si addensano **intorno al valore medio** $\boldsymbol{\mu}$ in un intervallo di ampiezza $\pm\sigma$. Ne consegue che, se la deviazione standard σ ha un valore piccolo, la curva a campana risulterà alta e stretta, mentre se la deviazione standard σ ha un valore elevato la curva a campana apparirà larga e appiattita.
La quasi totalità dell'area, inoltre, è contenuta in un intervallo di ampiezza $\pm3\sigma$ sempre centrato sul valore medio. La porzione che si trova al di fuori di tale intervallo, su quelle che vengono chiamate **code**, risulta trascurabile. Per questo motivo, a livello pratico, si prende in considerazione solo la porzione principale di curva, ignorando del tutto le code.