

Momento d'inerzia e coppia di accelerazione

Per quantificare l'inerzia nei movimenti di rotazione si utilizza una grandezza fisica denominata **momento d'inerzia** (J). In particolare, il momento d'inerzia di un **punto materiale** di massa m , che ruota su una circonferenza di raggio r , vale:

$$J = m \cdot r^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

Il momento d'inerzia rappresenta la capacità del punto di opporsi a una variazione del moto rotazionale. Come si può evincere dalla formula, il suo valore è direttamente proporzionale alla massa e al quadrato della distanza del punto dall'asse di rotazione.

Il momento d'inerzia di un **corpo rigido** si ottiene sommando gli effetti di tutti i punti materiali di cui è composto. Ne mantiene quindi la stessa unità di misura. Il valore del momento d'inerzia di un corpo rigido, però, non dipende solo dalla sua massa ma anche dalla sua forma: è quindi facile intuire che non esiste una formula unica che ne permetta il calcolo.

A titolo d'esempio, il momento d'inerzia di un **cilindro pieno** di massa m e raggio r , avente l'asse di rotazione coincidente con l'asse di simmetria del cilindro stesso, vale:

$$J = (m \cdot r^2)/2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

Data la complessità della forma e della composizione delle apparecchiature che funzionano con moto rotatorio (motori, generatori, turbine, ecc.), il momento d'inerzia viene spesso fornito nei dati di targa, sulla base di misurazioni di laboratorio.

Coppia di accelerazione

La coppia di accelerazione c_{acc} è una grandezza fisica in grado di imprimere un'accelerazione angolare (ϵ) a un corpo, vincendo il momento d'inerzia (J).

$$c_{acc} = \epsilon \cdot J \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

ESERCIZIO GUIDATO

Un motore elettrico, avente un momento di inerzia $J_m = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e una coppia alla partenza $c_s = 0,15 \text{ N} \cdot \text{m}$, deve mettere in movimento un carico con momento di inerzia $J_c = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, garantendo un'accelerazione iniziale (ϵ) di 20.000 rad/s^2 . Verificare se il motore è in grado di avviarsi con tale accelerazione.

Soluzione

Il momento d'inerzia totale del sistema vale:

$$J_t = J_m + J_c = 1,8 \cdot 10^{-6} + 2,7 \cdot 10^{-6} = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Si determina la coppia di accelerazione che il motore deve assicurare per poter accelerare il sistema a 20.000 rad/s^2 :

$$c_{acc} = \epsilon \cdot J_t = 20.000 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6} = 0,09 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Essendo la coppia disponibile alla partenza superiore alla coppia di accelerazione richiesta, il motore risulta in grado di avviare il sistema.