UDA

GUIDA ALLA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI DI GEOMETRIA

In geometria ci si trova spesso a dover risolvere quesiti, in cui è necessario analizzare e confrontare figure.
Per poter risolvere adeguatamente un problema è utile seguire ordinatamente un processo articolato in tre fasi.

Fase 1: analizzare i dati

La prima cosa da fare quando si affronta un problema di geometria è **leggere attentamente il testo** e **individuare i dati**.
In qualunque problema ci sono, infatti, diverse tipologie di dati con cui fare i conti.
Un **dato** è **esplicito** se viene presentato nel problema, sia la grandezza misurata, sia la misura della stessa. Ad esempio in un problema che dice: "Un quadrato ha lato lungo 5 cm" si ha un dato esplicito, ossia la lunghezza del lato l del quadrato e la sua misurazione di 5 cm.

Un **dato implicito**, a differenza di quello esplicito, viene dato per conosciuto in base al contesto e fa generalmente riferimento a conoscenze geometriche pregresse. Nell'esempio che si sta considerando, la misura degli altri 3 lati del quadrato è un dato implicito, in quanto desumibile dalla forma del quadrilatero proposto (il quadrato ha infatti 4 lati uguali).

Un **dato mancante** è un'incognita del problema. Potrebbe coincidere con la domanda posta dalla situazione, ma anche con informazioni intermedie necessarie per poter arrivare alla conclusione del problema. Ad esempio: "Calcola l'area di un quadrato di perimetro 12 cm" è un problema che contiene un dato esplicito ($2p = 12$ cm), un dato implicito importante (un quadrato ha 4 lati uguali), un dato mancante necessario a trovare la soluzione (per calcolare l'area c'è bisogno del lato, calcolabile come $2p : 4 = 3$ cm). Grazie al dato mancante, ora calcolato, si può arrivare alla conclusione del problema ($A = l^2 = 9$ cm^2).

Un **dato superfluo** è un dato noto ma non utile ai fini della risoluzione del problema. Ad esempio, se il problema precedente fosse riformulato come: "Calcola l'area di un quadrato di perimetro 12 cm e diagonale $3\sqrt{2}$ cm", l'informazione relativa alla diagonale sarebbe superflua per la soluzione calcolata precedentemente.

Un **dato ridondante** fornisce due volte una medesima informazione. Ad esempio, nel problema: "Una circonferenza di raggio 2 cm ha diametro 4 cm", i dati espliciti sono due ma forniscono la medesima informazione, pertanto il secondo è ridondante.
Infine, si considera un **dato convenzionale** quando il valore è universalmente noto e accettato.
Esempi di questo tipo sono il pi greco ($\pi = 3{,}14$) e l'accelerazione gravitazionale sulla Terra ($g = 9{,}81$ m/s^2).

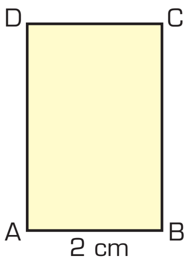
Fase 2: disegnare la situazione

In geometria, è molto utile disegnare la figura, piana o solida che sia, confrontando le grandezze con i dati espliciti ed impliciti che si hanno a disposizione. Questa rappresentazione può essere inizialmente generica e deve contenere anche i dati convenzionali che possono essere utili alla risoluzione del problema.
A mano a mano che verranno calcolati i dati mancanti, è opportuno aggiornare la figura con queste informazioni, per avere una visione d'insieme della situazione che si sta affrontando.

Fase 3: procedere alla risoluzione svolgendo i calcoli

Per quanto possa sembrare banale, cercare di svolgere i calcoli per trovare la soluzione del problema è un passaggio fondamentale.
Può essere utile iniziare scrivendo la formula da utilizzare per la soluzione finale e, ogni qual volta un dato non è noto, si procede a scrivere una formula per trovare quel dato, costruendo una struttura ad albero ramificata finché non si hanno tutti i dati per risolvere il problema precedente. A quel punto, risalendo la struttura ad albero a ritroso, sarà possibile giungere alla soluzione finale del problema.
Saper utilizzare le conoscenze acquisite in algebra è molto funzionale alla soluzione dei problemi geometrici.

Esempio



Si analizza questo procedimento a fasi attraverso un esempio: un rettangolo ha perimetro 50 cm e base 2 cm; calcola l'area della figura.
Innanzitutto, si evidenzia che 50 cm è un dato esplicito (perimetro) così come 2 cm (base), e che tutte le proprietà note del rettangolo potrebbero fornire dati impliciti. Si disegni la figura.

Per capire quali dati possano essere utili e quali no, si inizia la struttura ad albero scrivendo la formula per calcolare la soluzione finale del problema, ossia l'area:

$A = b \cdot h$ della quale si conosce la base ma non l'altezza. Quest'ultima può essere trovata attraverso la formula inversa del perimetro:

$2p = 2 \cdot (b + h) \rightarrow h = (2p : 2) - b$ che può essere risolta, avendo tutti i dati a disposizione:

$h = 50 : 2 - 2 = 25 - 2 = 23$ cm $\rightarrow$ ora si risale l'albero a ritroso per risolvere il livello precedente:

$A = 2 \cdot 23 = 46$ cm^2

L'area del rettangolo è 46 cm^2.

con il tutor fare e capire

Risolviamo il problema.

Bisogna dipingere una rampa di cui si conosce la lunghezza di 10 m e l'altezza di 6 m. Qual è la superficie da dipingere?

1 Leggendo la traccia, parlando di rampa, risulta evidente che dobbiamo affrontare un problema di geometria piana su un triangolo rettangolo di cui si vuole calcolare l'area, conoscendo l'ipotenusa (10 m) e un cateto (6 m).
I dati espliciti sono:

$$i = 10\text{ m}$$
$$c_1 = 6\text{ m}$$

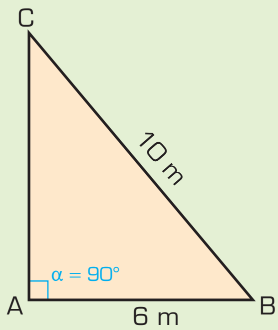
Il dato implicito è:

$$\alpha = 90°$$

Il dato mancante è:

$$A = ?$$

2 Realizziamo il disegno.



3 Costruiamo l'albero con il processo di risoluzione:

$A = \dfrac{c_1 \cdot c_2}{2}$ conosciamo c_1 ma non c_2, che possiamo trovare attraverso il teorema di Pitagora:

$$i^2 = c_1^2 + c_2^2 \rightarrow c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$$

$$c_2 = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8\text{ m}$$

Ora conosciamo sia c_1 che c_2 e possiamo calcolare l'area del triangolo:

$$A = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24\text{ m}^2$$

L'area da dipingere misura 24 m^2.