

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $8 - 6\sqrt{6} + 6(\sqrt{6} - 1) = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $(f \circ f)(0) = 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3 \cdot 2^{2x} + 4^x = 4$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor divizor al numărului 6.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 3x - 2$ și punctul $A(a, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A aparține dreptei d .
- 5p 6. Se consideră triunghiul isoscel ABC , cu $AB = 10$ și $\cos A = 0$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 50.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & -x & x^2 \\ 0 & 1 & -2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $A(n) \cdot A(n+1) \cdot A(n+2) \cdot A(n+3) = A(2n^2)$.
2. Pe mulțimea $M = [0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{2x}{y+2} + \frac{2y}{x+2}$.
- 5p a) Arătați că $1 * 0 = 1$.
- 5p b) Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p c) Determinați $x \in M$, x nenul, pentru care $x * \frac{4}{x} = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 + \frac{x}{e^x - x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice $m \in (1, 2]$, ecuația $f(x) = m$ are soluție unică.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x + \sqrt{x^2 + 9}$.

5p a) Arătați că $\int_1^5 (f(x) - \sqrt{x^2 + 9}) dx = 0$.

5p b) Arătați că $\int_0^4 \frac{x}{f(x) + x - 3} dx = 2$.

5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$. Demonstrați că

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0.$$

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_2 = 6$ și $a_3 = 12$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(2a) = 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x \cdot \frac{1}{5} = 25$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 16.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(1,4)$. Determinați coordonatele punctului C , astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC .
- 5p 6. Se consideră expresia $E(x) = \sin x + \sin \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3-x \\ 2-x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Arătați că $B(x) - B(0) = xA$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Arătați că matricea $C(a) = B(a) \cdot B(1) - B(a+1)$ este inversabilă, pentru orice număr întreg a .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (2x - 1)(2y - 1) + 1$.
- 5p a) Arătați că $1 * 2 = 4$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * x = 2$.
- 5p c) Determinați numărul întreg nenul m pentru care $m * \left(1 + \frac{1}{m}\right) = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 1 + \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \ln x}{x^2 + x + 4} = 2$.
- 5p c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(e^x + 2x^2)$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^4 \frac{f(x)}{e^x + 2x^2} dx = 8$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x^3) dx = 1$.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = \frac{e^4 - e}{2} + a$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $5 - 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4 + 2x} = 2$.
- 5p** 4. Un produs costă 90 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,0)$ și $M(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , în care măsura unghiului C este egală cu 30° și $AB = 3$. Arătați că $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p** b) Arătați că $A + 2B = 3C$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B \cdot C + x(A - C)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x + 2y)(y + 2x) + 2$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 1 = 11$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * 0 = 4$.
- 5p** c) Demonstrați că $x * \frac{1}{x} > 7$, pentru orice număr real nenul x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 10x^2(x^2 + 2x - 3)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3 \geq 0$, pentru orice $x \in [-3, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + \frac{2}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) dx = 12$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = 2 \ln 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) \cdot \ln^2 x dx = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{18} + \sqrt{8} = 5\sqrt{2}$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) - f(2) = 12$.
- 5p** 3. După o reducere cu 20% prețul unui obiect scade cu 28 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p** 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{2x-1} = 64$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2,3)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x + 1$. Determinați ecuația dreptei ce trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu măsura unghiului B de 30° și $BC = 10$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - \sqrt{3}(x + y) + \sqrt{3} + 3$.
- 5p** 1. Arătați că $1 * 0 = 3$.
- 5p** 2. Demonstrați că $x * y = (x - \sqrt{3})(y - \sqrt{3}) + \sqrt{3}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Determinați numărul real x pentru care $x * x = \sqrt{3}$.
- 5p** 4. Arătați că $e = \sqrt{3} + 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** 5. Arătați că $\sqrt{3} * x = \sqrt{3}$, pentru orice număr real x .
- 5p** 6. Determinați numărul natural n pentru care $\sqrt{3} * \sqrt{4} * \sqrt{5} * \dots * \sqrt{2022} = \sqrt{n}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** 1. Arătați că $\det(A) = 1$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A - 2A = -I_2$.
- 5p** 3. Arătați că $A \cdot B = B \cdot A = I_2$.
- 5p** 4. Determinați numărul real a pentru care $\det(A - aI_2) = 0$.
- 5p** 5. Determinați numerele reale m pentru care $\det(m(A + B)) = m \cdot \det(A + B)$.
- 5p** 6. Determinați numerele reale x și y , știind că $xA + yB = 2I_2$.