

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numărul complex $z = 3 - i$. Arătați că $z(z + 2i) = 10$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(-2a) = a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 7} = 2\sqrt{x + 1}$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$. Determinați câte dintre submulțimile mulțimii A au exact trei elemente și conțin numărul 5.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 6)$, $B(4, 1)$ și $C(5, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care dreptele OA și BC sunt paralele.
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 x) \sin \frac{x}{2} + \cos 3x$, unde $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 3 & a \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + ay + az = 1 \\ ax + 3y + az = 0, \\ 2y + z = 0 \end{cases}$ unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Arătați că, pentru orice număr real a , sistemul de ecuații are soluție unică.
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul a pentru care sistemul de ecuații are soluția (x_0, y_0, z_0) , cu $z_0 = nx_0$, unde n este număr natural.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{2}{3}(x - 3)(y - 3) + 3$.
- 5p** a) Arătați că $0 * 2 = 5$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * \frac{3x}{2} = 5x$.
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * m * n = -1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 5}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 20)}{(x^2 + 5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că dreapta de ecuație $y = x$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care ecuația $f(x) = m$ are exact trei soluții.
2. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x \ln x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_2^3 f(x) x \ln x dx = \frac{7}{3}$.

5p b) Arătați că $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} dx = \ln 2$.

5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{F^2(x)} \int_2^x (t-2)F(t) dt = \frac{\ln 2}{4}$, unde $F : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(2) = 0$.